

Universidades Lusíada

Sequeira, Maria Luisa Alves de Paiva de, 1966-

Congruência dos poliedros platónicos

<http://hdl.handle.net/11067/8566>

<https://doi.org/10.34628/1GDE-1385>

Metadados

Data de Publicação

2025

Resumo

O texto reflete sobre o significado da matemática na arquitetura, questionando até que ponto fórmulas, números e estruturas racionais podem realmente fundamentar o sentido arquitetónico. A autora discute a tensão entre certeza e incerteza, racionalidade e subjetividade, mostrando como a percepção, a fenomenologia e a estética influenciam a compreensão das formas construídas. A partir de Husserl, Merleau-Ponty, Leibniz e da tradição helenística, argumenta-se que a arquitetura resulta da convergênc...

The text examines the role of mathematics in architecture, questioning whether formulas and numerical structures can truly ground architectural meaning. It explores the tension between certainty and uncertainty, rationality and subjectivity, emphasizing how perception, phenomenology, and aesthetics shape our understanding of built forms. Drawing on Husserl, Merleau-Ponty, Leibniz, and Hellenistic traditions, the author argues that architecture emerges from the interplay between objective rules a...

Tipo

bookPart

Editora

Universidade Lusíada Editora

Esta página foi gerada automaticamente em 2026-10-30T01:46:39Z com informação proveniente do Repositório



Luísa Paiva¹

CITAD – Universidade Lusíada, Lisboa

mluisapaiva2@gmail.com | [id 0000-0003-2126-581X](https://orcid.org/0000-0003-2126-581X)

CONGRUÊNCIAS DOS POLIEDROS PLATÓNICOS

10.34628/1GDE-1385

Resumo: O texto reflete sobre o significado da matemática na arquitetura, questionando até que ponto fórmulas, números e estruturas racionais podem realmente fundamentar o sentido arquitetónico. A autora discute a tensão entre certeza e incerteza, racionalidade e subjetividade, mostrando como a percepção, a fenomenologia e a estética influenciam a compreensão das formas construídas. A partir de Husserl, Merleau-Ponty, Leibniz e da tradição helenística, argumenta-se que a arquitetura resulta da convergência entre regras objetivas e experiência sensível, e que o significado não reside apenas nas formulações matemáticas, mas na articulação entre arte, ciência e percepção humana.

Palavras-chave: Matemática na arquitetura | Fenomenologia | Percepção | Estética clássica | Subjetividade e objetividade | Significado arquitetónico | Formulação matemática | Ontologia da arquitetura | Certeza e incerteza | Vitruvius e estética helenística.

Abstract: The text examines the role of mathematics in architecture, questioning whether formulas and numerical structures can truly ground architectural meaning. It explores the tension between certainty and uncertainty, rationality and subjectivity, emphasizing how perception, phenomenology, and aesthetics shape our understanding of built forms. Drawing on Husserl, Merleau-Ponty, Leibniz, and Hellenistic traditions, the author argues that architecture emerges from the interplay between objective rules and sensory experience. Meaning, therefore, does not lie solely in mathematical formulations but in the dynamic relationship between art, science, and human perception.

Keywords: Mathematics in architecture | Phenomenology | Perception | Classical aesthetics | Subjectivity and objectivity | Architectural meaning | Mathematical formulation | Ontology of architecture | Certainty and uncertainty | Vitruvius and Hellenistic aesthetics.

¹ Licenciada em Arquitetura pela FA-UTL (1990) e em Pintura pela FBA - UL (2013). Obteve o grau de Mestre em Arquitetura pela U. Lusíada (1998) e o grau de Doutor em Escultura pela FBA - UL (2013). É sócia gerente do LabART Laboratório de Arquitetura e Arte - Centro de Estudos desde 1991, onde partilha a responsabilidade de coorde-

nar diversos projectos de arquitetura e artes, bem como a gestão do atelier. É docente universitária de Projecto Arquitectónico, na Universidade Lusíada desde 1992 e desde 1994 partilha a docência com a Universidade Lusófona, nas áreas de Projecto Arquitectónico e Design. Os seus principais interesses de investigação estão ligados às Artes.



Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional.

Ouriginal Texto submetido à plataforma de deteção de similaridade e plágio OURIGINAL.

Os textos que constituem esta obra seguem, por decisão dos respetivos autores, a antiga ou a atual grafia.

O conteúdo desta obra é da exclusiva responsabilidade dos seus autores e não vincula a Fundação Minerva | Universidade Lusíada.

INTRODUÇÃO

O tema deste artigo decorre das aulas de Geometria que leciono no 1º semestre do 1º ano nas licenciaturas de Arquitetura e de Design, na Universidade Lusíada de Lisboa.

Nesse âmbito, esta comunicação tem um carácter estritamente pedagógico e não é mais do que uma organização sistematizada dos conteúdos teóricos veiculados nessas aulas.

Nesse sentido, estudamos e sistematizamos, algum do conhecimento já existente sobre os cinco sólidos regulares, designadamente a relação numérica quanto ao número de faces, de arestas e de vértices que compõem cada um dos poliedros, com vista a melhor compreender o tipo de relações formais e compositivas que podem obter-se da relação entre eles, proporcionando aos alunos uma base sólida para a aplicação prática desses conceitos na arquitetura e no design.

METODOLOGIA

Para isso, não só se recorreu a fontes bibliográficas diversas e indicadas no final deste texto, como se desenvolveram múltiplos exercícios em sala de aula.

O processo de ensino-aprendizagem foi estruturado em duas fases principais.

Na primeira fase, os alunos realizaram múltiplos exercícios práticos em sala de aula, focados em vários processos de representação das figuras geométricas. Esses exercícios incluíram projeções ortogonais, projeções axonométricas de diferentes tipos, secções e maquetização.

Na segunda fase, adotamos uma abordagem inversa. Os alunos exploraram diversas soluções formais de poliedros regulares compostos e, posteriormente, procederam à sua representação desenhada, utilizando os mesmos tipos de projeções e técnicas de representação abordados na primeira fase.

DESENVOLVIMENTO

O termo **“poliedros platónicos”** refere-se a um conjunto especial de sólidos geométricos tridimensionais convexos, cujas faces são polígonos regulares idênticos e onde, cada vértice é rodeado pelo mesmo número de arestas.

Os cinco poliedros platónicos – tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro – desempenharam um papel fundamental na história da geometria e da matemática.

Esta apresentação destacará as propriedades distintivas de cada um. As simetrias e as relações numéricas e proporcionais notáveis. Além disso, examinará algumas aplicações e correspondente relevância, enfatizando a sua importância como objetos geométricos fundamentais.

Este estudo pretende contribuir para a compreensão aprofundada da geometria e suas implicações na arquitetura, ressaltando a atemporalidade e a universalidade destes poliedros na ação formativa do arquiteto.

A designação de **“Sólidos Platônicos”**, advém de **Timeu** (em grego clássico: Τίμαιος; em latim: Timaeus) que é um dos diálogos de Platão, escrito por volta de 360 a.C., com um longo monólogo da personagem-título. A obra especula sobre a natureza do mundo físico e desenvolve três temas fundamentais: a origem do universo, a estrutura da matéria e a natureza humana.

Quando fala da formação do Cosmos, aprofunda a doutrina de Empédocles a respeito dos Quatro Elementos representados por poliedros regulares e estabelece as relações geométricas entre eles.

De Kepler (1571-1630) a Arturo Soria (1844-1920), passando por Matila Ghyka (1881-1965), todos expuseram relações entre uns sólidos e outros, entendidos como “volumes”, ou seja, corpos sólidos, encaixando-se uns nos outros.

Platão fá-lo de maneira diferente.

Primeiro, decompõe cada corpo nas suas partes elementares. Em seguida, combina-as. E depois expõe como essas partes elementares interagem umas com as outras.

OS CINCO POLIEDROS REGULARES



Figura 1 - Cinco poliedros regulares

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%B3lido_plat%C3%B3nico

São apenas cinco e todos atendem às condições de terem, em si mesmos, todas as faces iguais, todas as arestas iguais e todos os vértices iguais. Platão diria que eles são iguais a si mesmos em cada uma das suas partes.

Todas as faces devem ser planas e ter lados iguais, sendo o mais simples deles o triângulo – um polígono de três lados.

Da mesma forma, todos os vértices serão iguais e três ou mais faces convergirão para eles, pois é impossível formar um ângulo triedro com duas faces ou menos.

Vejamos que figuras podemos construir com faces triangulares – triângulos equiláteros regulares.

Seis triângulos colocados em torno de um ponto central ocupam todo o plano e não dão origem a nenhuma figura sólida.

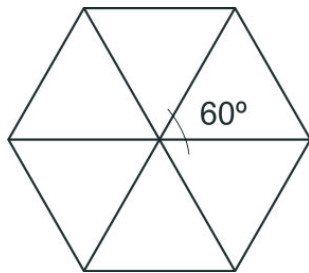


Figura 2 - Seis triângulos equiláteros em torno de um ponto central
Fonte: Desenho elaborado pela autora

Mas, se removermos um dos seis triângulos, deixando apenas cinco ao redor do vértice central, obtemos, depois de fazer coincidir as duas arestas que ficam livres (dobrando o plano), uma figura em que cinco faces triangulares convergem em cada vértice. Essa figura será o princípio do ICOSAEDRO.



Figura 3 - Cinco triângulos equiláteros em torno de um ponto central
Fonte: Desenho elaborado pela autora

Se removermos outro triângulo, permanecerão quatro. A figura na qual quatro triângulos se encontram num vértice é o OCTAEDRO.

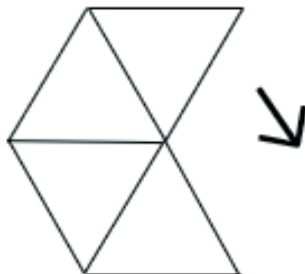


Figura 4 - Quatro triângulos equiláteros em torno de um ponto central
Fonte: Desenho elaborado pela autora

Mas ainda podemos remover um outro triângulo, deixando apenas três. Esta figura, na qual, em cada vértice, convergem três faces, é o TETRAEDRO.

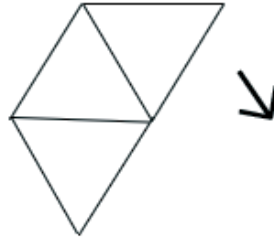


Figura 5 - Três triângulos equiláteros comungando de uma aresta

Fonte: Desenho elaborado pela autora

Se removermos um outro triângulo, restarão apenas dois e nenhuma figura tridimensional pode ser construída.

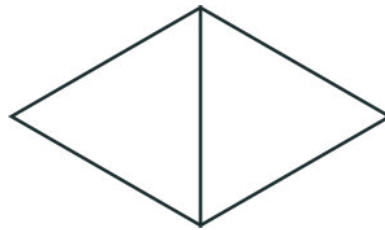


Figura 6 - Dois triângulos equiláteros comungando de uma aresta

Fonte: Desenho elaborado pela autora

Existem apenas três poliedros com faces triangulares equiláteras: o TETRAEDRO, o OCTAEDRO e o ICOSAEDRO.

Se tomarmos, por exemplo, a bipirâmide pentagonal veremos que não é um poliedro regular porque em alguns vértices convergem cinco faces e noutros apenas quatro, ou seja, os vértices não são todos iguais.

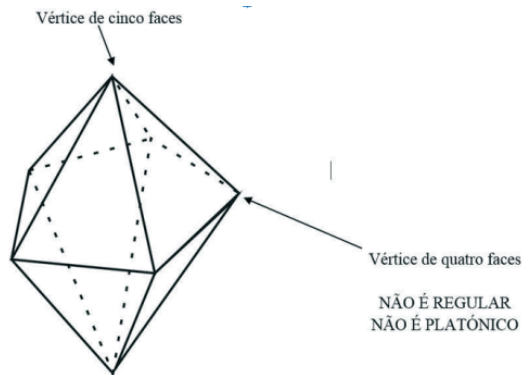


Figura 7 - Bi pirâmide pentagonal
Fonte: Desenho elaborado pela autora

Vejamos agora que figura podemos obter com um quadrado, repetindo o processo anterior.

Vemos que quatro quadrados ocupam todo o plano.

Com três quadrados para cada vértice obtemos um CUBO, e com apenas dois quadrados não é possível obter nenhuma figura.



Figura 8 - Figuras possíveis a partir de quadrados
Fonte: Desenho elaborado pela autora

Existe apenas uma figura regular com faces quadradas: o Hexaedro Regular ou CUBO.

Se considerarmos os pentágonos como faces, verificamos que não é possível unir quatro pentágonos num plano, em torno de um vértice pois, se o ângulo interno de um pentágono é de 108° , com os quatro ultrapassaríamos os 360° de uma circunferência completa.

$$108^\circ \times 4 = 432^\circ > 360^\circ$$

No entanto, podemos juntar três pentágonos e repetir o processo anterior.

$$90^\circ \times 4 = 360^\circ$$

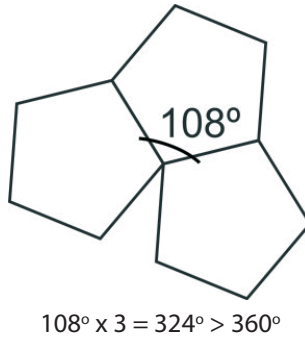


Figura 9 - Três pentágonos regulares em torno de um ponto central
Fonte: Desenho elaborado pela autora

Se, como antes, removermos um pentágono, restam apenas dois e não é possível obter um vértice com apenas duas faces.

Há apenas uma figura regular com faces pentagonais: o DODECAEDRO.

Se formos para a próxima figura plana, o hexágono, não podemos fazer nenhuma figura sólida porque apenas com três hexágonos – o mínimo para cada vértice, como já vimos – ocupamos todo o plano e não obtemos nenhum volume.

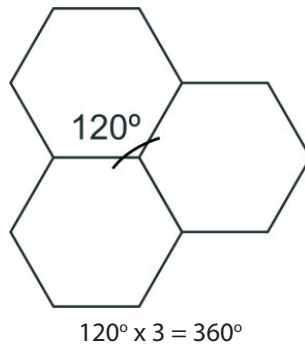


Figura 10 - Três hexágonos regulares em torno de um ponto central
Fonte: Desenho elaborado pela autora

ELEMENTOS	POLIEDRO	FACES	ARESTAS	VÉRTICES
FOGO	TETRAEDRO	4	6	4
TERRA	HEXAEDRO	6	12	8
AR	OCTAEDRO	8	12	6
ÁGUA	ICOSAEDRO	20	30	12
"ÉTER"	DODECAEDRO	12	30	20

Figura 11 - Sistematização dos Poliedros "Platônicos", quanto ao número de faces, de arestas e de vértices
Fonte: Desenho elaborado pela autora

Dada a relação numérica observável na tabela da figura 11, podemos constatar que é possível estabelecer relações entre os diversos sólidos.

Um Hexaedro tem seis faces e um octaedro tem 6 vértices, logo é possível relacioná-los facilmente.

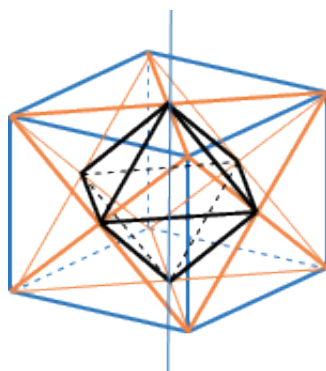


Figura 12 - Octaedro regular inserido num Hexaedro regular

Fonte: Desenho elaborado pela autora

Do mesmo modo se constata que, é possível inserir um Octaedro num tetraedro, uma vez que o primeiro tem seis vértices e o segundo, seis arestas e por isso, cada vértice do Octaedro situar-se-á no ponto médio de cada uma das arestas do Tetraedro.

Também o Tetraedro pode ser introduzido no Hexaedro uma vez que o primeiro tem seis arestas e o segundo seis faces. Ou seja, cada aresta do tetraedro definirá uma diagonal da face do Hexaedro.

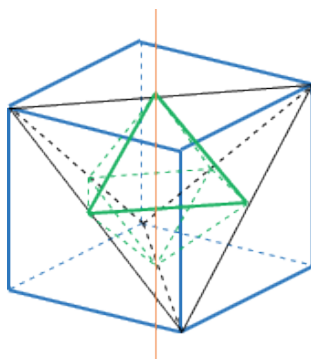


Figura 13 - Octaedro regular inserido num Tetraedro regular, por sua vez, inserido num Hexaedro regular

Fonte: Desenho elaborado pela autora

Da relação numérica a que temos vindo a fazer referência, destacamos a relação que é possível estabelecer entre o número de vértices e o número de faces destes cinco poliedros.

Desta particular relação, constata-se que ela só é possível estabelecer em pares e, por essa razão falamos de Poliedros Duais.

O poliedro dual de um sólido platônico é outro sólido platônico.

- O dual do **tetraedro** é um **tetraedro** (Fig. 15).
- O dual do **octaedro** é um **cubo**, e vice-versa (Fig. 16).
- O dual do **dodecaedro** é um **icosaedro**, e vice-versa (Fig. 17).

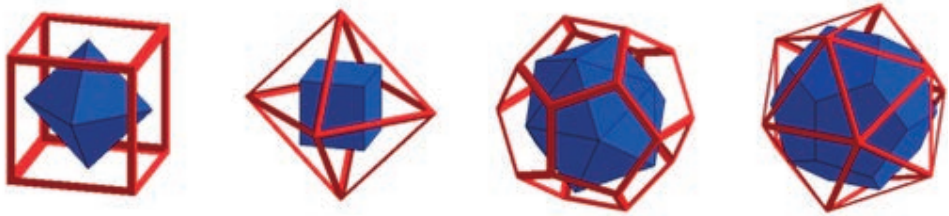


Figura 14 - Poliedros duais

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%B3lido_plat%C3%B3nico

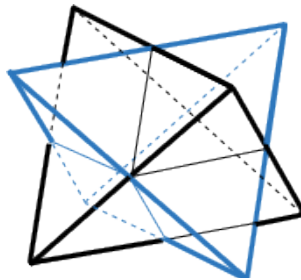


Figura 15 - Par Dual – Tetraedro Regular (auto-dual)

Fonte: Desenho elaborado pela autora

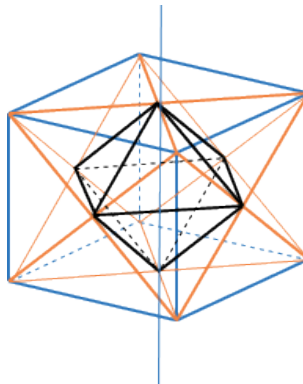


Figura 16 - Par Dual – Hexaedro Regular/ Octaedro regular

Fonte: Desenho elaborado pela autora

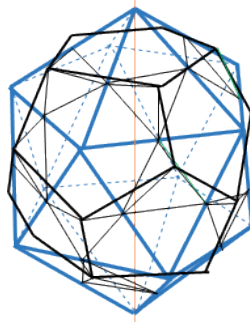


Figura 17 - Par Dual – Icosaedro Regular/ Dodecaedro regular
Fonte: Desenho elaborado pela autora

CONCLUSÃO

O estudo dos cinco sólidos platónicos no contexto das aulas de Geometria para os cursos de Arquitetura e Design na Universidade Lusíada de Lisboa revela, não apenas a profundidade matemática desses poliedros, mas também a sua relevância histórica e a sua aplicabilidade prática.

A sistematização dos conhecimentos teóricos, acompanhada de exercícios práticos de representação e exploração de formas compostas, proporciona aos alunos uma compreensão sólida das relações geométricas e compositivas fundamentais.

Os sólidos platónicos, com as suas propriedades únicas de simetria e proporção, não são apenas curiosidades matemáticas, mas também elementos essenciais no desenvolvimento do pensamento espacial e criativo dos futuros arquitetos e designers.

Através da análise das relações numéricas entre faces, arestas e vértices, e da exploração dos poliedros duais, os alunos compreendem a universalidade destas formas geométricas.

A investigação contínua e a aplicação prática destes conceitos continuarão a enriquecer o campo da arquitetura, demonstrando que os fundamentos geométricos mantêm a sua relevância e aplicabilidade.

Assim, este estudo almeja contribuir para a formação de uma base sólida em geometria, essencial para a prática da arquitetura e do design.

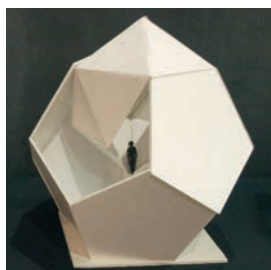


Figura 18 - Exploração do tema em trabalhos desenvolvidos pelos alunos em aula
Fonte: fotografia da autora

BIBLIOGRAFIA DE REFERÊNCIA

- ATYAH, M. and SUTCLIFFE, P. (2003), *Polyhedra in Physics, Chemistry and Geometry*. Milan J. Math. 71, 33-58.
- EUCLID (1956), Book XIII in *The Thirteen Books of the Elements*", 2nd ed. unabridged, Vol. 3: Books X-XIII. New York: Dover.
- EVANS, D.E.; KAWAHIGASHI, Y. (1998), *Quantum Symmetries on Operator Algebra*, Oxford University Press.
- PAPPAS, T. (1989), *The Five Platonic Solids. The Joy of Mathematics*. San Carlos, CA: Wide World Publ./Tetra, pp. 39 and 110-111.
- P. SŁODOWY (1983), "Platonic Solids, Kleinian Singularities, and Lie groups". *Algebraic geometry (Ann Arbor, Mich., 1981)*, 102--138, Lecture Notes in Math., 1008, Springer, Berlin.