

PARADIGMAS DA GEOMETRIA COMO METODOLOGIA DA ORGANIZAÇÃO DO ESPAÇO

João Ricardo Valente Agante

23|24

Professor Doutor António Oliveira

ARQUITECTURA



UNIVERSIDADE LUSÍADA DO PORTO

**PARADIGMAS DA GEOMETRIA COMO METODOLOGIA
DA ORGANIZAÇÃO DO ESPAÇO**

João Ricardo Valente Agante

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Arquitetura

Orientador: Professor Doutor António Oliveira

Porto 2024

AVISO LEGAL

O conteúdo desta tese reflete as perspectivas, o trabalho e as interpretações do autor no momento da sua entrega. Esta tese pode conter incorreções, tanto conceptuais como metodológicas, que podem ter sido identificadas em momento posterior ao da sua entrega. Por conseguinte, qualquer utilização dos seus conteúdos deve ser exercida com cautela. Ao entregar esta tese, o/a autor(a) declara que a mesma é resultante do seu próprio trabalho, contém contributos originais e são reconhecidas todas as fontes utilizadas, encontrando-se tais fontes devidamente citadas no corpo do texto e identificadas na secção referências. O autor, declara, ainda, que não divulga na presente tese quaisquer conteúdos cuja reprodução esteja vedada por direitos de autor ou de propriedade industrial.

Declaração sob compromisso de honra

(Artigo 6.º, n.º 2 das Normas e orientações para a submissão de trabalhos académicos na plataforma Urkund para deteção de similaridade e plágio)

Eu, abaixo assinado, tenho consciência de que a prática de plágio consiste numa forma de violação da integridade académica, constituindo um crime punível por lei com relevância nos regimes disciplinar, civil e criminal.

Nesse sentido, declaro por minha honra que a dissertação/tese apresentada é original e que todas as fontes, incluindo as da minha autoria, estão devidamente identificadas e referenciadas.

Porto, 30 de novembro de 2024

O (A) Estudante

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'João Agante', written in a cursive style.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Dr. António Oliveira, pela ajuda, cuidado e preocupação.

Aos meus pais pelo apoio e ajuda nos momentos de maior dificuldade.

Ao Pedro pela amizade, disponibilidade e exemplo.

À minha família e amigos que me acompanharam nesta jornada.

E em especial à Catarina, minha namorada, pelo apoio emocional, presença, perseverança e confiança que me motivam e proporcionam a ser a melhor versão do meu ser.

Índice

Resumo	xi
Abstract	xiii
1 Introdução	15
2 Geometria	19
2.1 Origem	21
2.2 Proporção	29
2.2.1 Aritmética	32
2.2.2 Geométrica (Proporção Áurea)	33
2.2.3 Harmónica	39
3 Geometria na Prática da Arquitetura	43
3.1 Contexto	45
3.2 Vitruvius	51
3.3 Alberti	59
3.4 Le Corbusier (Modulor)	63
4 Casos de Estudo	69
4.1 Santa Maria Novella (Alberti)	71
4.2 O Convento de La Tourette (Le Corbusier)	77
4.3 Casa das Marinhas (Viana de Lima)	87
5 Conclusão	91
Lista de Figuras	95
Bibliografia	102

Resumo

Esta dissertação explora o papel da geometria ao longo da história. A origem da geometria surge da necessidade intrínseca no ser humano de compreender e organizar o espaço patente na arquitetura antiga, nomeadamente no Egito e na Grécia, onde se utiliza a geometria para a construção dos templos com uma precisão surpreendente, demonstrando a intenção que tinham em criar uma ligação do ser humano com o divino. A sistematização da geometria, com Euclides e mais tarde Vitrúvio, vem, através da exploração da simetria e da proporção, fundamentar a arquitetura clássica.

A evolução da geometria como ciência abstrata também se reflete na complexidade da arquitetura. Esta deixa de ser utilizada apenas para assegurar estabilidade estrutural, mas também tem valor significativo para criar obras esteticamente agradáveis pela harmonia e coerência entre a parte e o todo, e a usufruição do espaço. No Renascimento, Alberti e mais tarde os tratadistas aplicam estes conceitos geométricos e os ideais clássicos para gerar um equilíbrio nas suas construções assim como na sua expressão artística, procurando sempre dignificar a forma com a função.

O desenvolvimento e a propagação do sistema métrico e da padronização de medidas, e mais tarde com o avanço tecnológico e computacional, permitiu uma maior complexidade de formas e inovações que, apesar de geradas por conceitos geométricos e matemáticos, pouco se podem relacionar com a inteligibilidade do espaço, por quem o concebe e por quem o usufrui.

Palavras Chave

Geometria; Arquitetura; Proporcionalidade; Espaço.

Abstract

This dissertation explores the role of geometry throughout history. It is present from the intrinsic human need to understand and organize space. This is demonstrated by ancient people like the Egyptians and the Greek, that use geometry to build their temples with surprising precision, showing the preoccupation that this people had to try and create a connection between the Human Being and the divine. The standardization of geometry, by Euclides and later Vitruvius, through the exploration of symmetry and proportion, ends up being a great influence the classical architecture.

The evolution of geometry as an abstract science, reflects itself on the complexity of the architecture. It was no longer used solely to ensure structural stability but also to create aesthetically pleasing works and to guarantee harmony and coherence between the part, the whole and the space usage. During the Renaissance, Alberti and later the treatise writers applied these geometric concepts and the classic ideals to achieve balance in their constructions, as well as in their artistic expression always dignifying the form with its function.

The development and spread of the metric system and the standardization of measures, and later the technological and computational advances allow for a greater complexity of forms and innovations which, although generated by geometric and mathematical concepts, are barely related to the intelligibility of the space, by the creator and th user.

keywords

Geometry; Architecture; Proportion; Space.

1 Introdução

Motivação

A presente dissertação tem como objetivo compreender a geometria como expressão dos ritmos da natureza, que instintivamente são aplicados mesmo que subconscientemente, no design de objetos e espaços, pois, esta analogia da geometria com a natureza possibilita a construção de identidades entre a concepção de espaços e a natureza dos seres.

O tema que dá início a esta investigação é a marginalização progressiva entre a geometria e a antropometria na concepção arquitetônica privilegiando um sistema métrico abstrato. Este trabalho surge como forma de apresentação e exploração de sistemas que se revelam importantes na história da concepção projetual, com o intuito de controlar a arbitrariedade da utilização da metrica proveniente do sistema de medidas convencionais, e também compreender a possibilidade de criar uma harmonia entre todas as partes que compõe um projeto arquitetônico à semelhança da natureza

Metodologia

Numa primeira abordagem a "dissertação" fundamenta-se na documentação bibliográfica, não diretamente ligada à concepção arquitetônica, com o intuito de interpretar o aparecimento e os primeiros registros do que veio dar origem à geometria, juntamente com as implicações filosóficas e cósmicas proporcionadas pelo tema.

Depois da integração cronológica é explorada a documentação técnica das fundamentações da matemática, da geometria e da proporção. para uma mais aprofundada compreensão do tema e para um melhor desenvolvimento do pensamento com o efeito de

gerar uma maior coerência no discurso.

Após a compreensão das bases necessárias segue-se um estudo dos arquitetos, tratados e obras relevantes para enquadrar a importância da utilização da geometria, e o seu desenvolvimento no contexto da Arquitetura ao longo da história.

Em seguida existe uma análise, tanto própria como previamente estudada, da aplicação das matérias exploradas nos casos de estudo, principalmente na cultura ocidental desde o período clássico até ao presente e com maior ênfase nas épocas com maior volume de documentação.

Estrutura

Esta dissertação foi desenvolvida em três partes distintas, mas interligadas no seu conteúdo.

No primeiro capítulo, o discurso desenvolve-se com o intuito de enquadrar todo o tema desta dissertação. Começa com um breve enquadramento histórico, assim como a origem da utilização geometria como método de organização bem como os seus primeiros registos. Este discurso é baseado nos textos deixados pelos filósofos e baseado nas obras de Robert Lawlor, Richard Padovan, Wilhelm Worringer. Ainda neste capítulo é desenvolvido o conceito da proporção, apoiado em parte nas obras de Matila Ghyka e Le Corbusier como também em manuais escolares, seguido da introdução de algumas noções matemáticas necessárias para um melhor seguimento do conteúdo desenvolvido.

O seguinte capítulo centra-se na importância que a geometria veio a ter na arquitetura, e na exposição da aplicação dos conceitos teóricos introduzidos no capítulo anterior. Este capítulo é fundamentado, nos temas desenvolvidos pelos tratadistas e na obra de Le Corbusier. Explora também como a aplicação dessas noções

originam os mais importantes sistemas proporcionais que surgem dessa combinação, dando-os a conhecer através dos autores que os desenvolvem e divulgam.

O terceiro Capítulo analisa a aplicação prática dos conceitos e sistemas proporcionais previamente investigados. Para este efeito são utilizadas, tanto as obras materializadas pelos autores desses conceitos, como por parte de outros arquitetos influenciados por estes conhecimentos.

Por fim realiza-se uma reflexão de todo o tema e são elaboradas as considerações finais.

2

Geometria

2.1 Origem

Sócrates defende que a geometria, enquanto disciplina do conhecimento, surge como a linguagem do pensamento puro, isto é, o conhecimento é obtido através da análise de conceitos que não dependem da experiência, a que Kant dá o nome de conhecimento *A priori*¹ sem influência de opiniões e preconceitos. É inerente ao ser humano, precede ao nascimento, por que se encontra presente antes da alma ter um corpo e está em contacto com o reino do ser ideal. É o conhecimento de verdade absoluta ou erro, não existe o intermédio, eliminando assim as falhas presentes nas Ciências Naturais². Esta é uma matéria absolutamente dependente da aritmética e da geometria para estabelecer uma teoria. O que faz com que as ciências sejam definidas como um conhecimento temporal, causal e a *posteriori*³.

“The Platonists sees our geometrical knowledge as innate in us, having been acquired before birth when our souls were in contact with the realm of ideal being.” ⁴(Lawlor, 1982, p. 9)

De modo a ilustrar este principio, Platão⁵ escreve “Menon” que é um diálogo socrático sobre um escravo de Menon, que sem nenhuma instrução prévia descobre a solução para um problema que consistia em determinar um quadrado com o dobro da área de um outro previamente estabelecido, passando por outras hipóteses aparentemente lógicas para alguém não instruído.

¹A *priori* é o conhecimento ou justificação independente da experiência.

²Ou ciências experimentais como a Física, a Biologia, a engenharia, etc.

³a *posteriori* é o conhecimento ou justificação dependente de experiência ou evidência empírica

⁴“Os Platonistas consideram o nosso conhecimento geométrico inerente a nós, tendo sido adquirido antes do nascimento, quando as nossas almas estavam em contacto com o reino do ser ideal.” (Tradução livre)

⁵Platão - filósofo e matemático do período clássico da Grécia Antiga (428/427 a.c. - 348/347 a.c.)

Sucintamente, Sócrates solicita ao *escravo* que duplicasse a área de um quadrado de 2 pés de lado. Este começa por descobrir que para chegar à área do quadrado tem que multiplicar a dimensão de 2 lados consecutivos, ou seja, $2 \times 2 = 4$. Como o objetivo era duplicar esta área, o resultado previsto era logicamente 8. Assim afirma que a forma de duplicar a área será duplicar a medida do lado. Sócrates pede para utilizar a sua forma de saber a área e o *escravo* averigua que a área é de facto 16 em vez dos 8 pretendidos, ou seja, 4 vezes superior à área original. Então, daí, supõe logicamente, que o lado tem de ser superior a 2 pés e inferior a 4 pés. Assume, também que um quadrado com 3 pés de lado certamente dará a área pretendida. Novamente, após aplicar o seu método de calcular a área, chega à conclusão de que este novo quadrado possui uma área de 9. Através de uma série de perguntas, Sócrates faz o *escravo* pegar no quadrado original e colocar outros 3 à sua volta formando um quadrado de 4 pés de lado e de 16 de área. Após isso Sócrates alude ao facto deste quadrado ser o dobro do pretendido, e pergunta se não há uma forma de dividir cada um dos 4 quadrados em duas partes iguais, utilizando o que "os sofistas chamam diâmetro", de forma a criar uma forma idêntica à original. Desta forma, o *escravo* chega à resposta final e cria o quadrado de 8 de área pretendido, como representado na figura1.

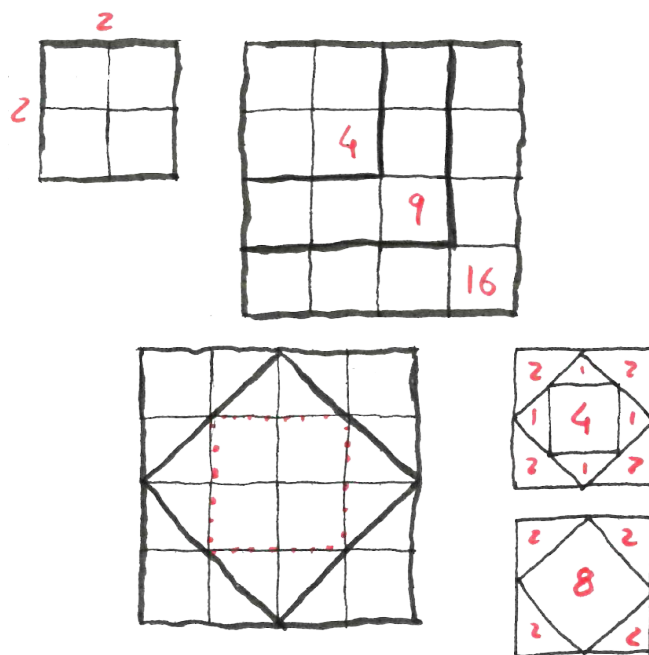


Figura 1: Ilustração do quadrado de área dupla

Sócrates tira desta interação a seguinte conclusão: Como o escravo não sabia esta informação, não lhe foi ensinada naquele momento, e Menon garantia que não lhe teria sido ensinado previamente nesta existência, então, pelas suas palavras conclui:

"Por conseguinte, se desde que é homem, e já antes de o ser, tem em si opiniões verdadeiras que se convertem em ciência quando despertadas pelo interrogatório, não será verdade que a sua alma as possuiu sempre? Está bem de ver que, em toda a extensão do tempo, ou é homem ou não é.[...] Portanto, se a verdade das coisas existe sempre na nossa alma, esta há-de ser imortal. É necessário, pois, que procuremos investigar e recordar corajosamente, aquilo que, de momento, não sabemos, quero dizer, aquilo que esquecemos, e que nos esforcemos por despertar a sua lembrança." (Platão, ca 386 AEC)

De acordo com as teorias Platônicas, a Geometria surge de uma necessidade da interação do ambiente físico com o social. Uma necessidade que procurava resolver conflitos, na essência do ser pensante e nas suas imposições pessoais e filosóficas. Segundo Lawlor:

"Both our organs of perception and the phenomenal world we perceive seem to be best understood as systems of pure pattern, or as geometric structures of form and proportion. Therefore, when many ancient cultures chose to examine reality through the metaphors of geometry (...) they were already very close to the position of our most contemporary science." ⁶(Lawlor, 1982, p. 4)

A amplitude do tema sugere que nos foquemos num período da história que é frequentemente utilizado por autores de forma a identificar as origens do pensamento geométrico e o desenvolvimento deste conhecimento. Esse período representa o início das bases para a ciência, mas que só mais tarde, na Grécia de Sócrates, Platão, Aristóteles e Euclides passa a ser considerado o produto do conhecimento científico propriamente dito.

"Geometria" provem do grego "geometrein" que significa medição da terra (geo = terra, metrein = medir). No Egito Antigo, de onde a Grécia herdou este estudo, o rio Nilo inundava anualmente as terras, cobrindo as margens e levando com ele todas as marcações de terrenos previamente estabelecidos. Quando as águas recuavam, começava o trabalho de redefinir e remarcar os limites dos terrenos e hortas. Este trabalho tinha o nome de geometria. Deste modo, esta marcação de quadrados no terreno tinha para

⁶Ambos os nossos órgãos de percepção e o mundo fenomenológico que experienciamos parecem ser percebidos como sistemas de padrão puro, ou como estruturas geométricas com forma e proporção. Deste modo, quando as culturas antepassadas decidem examinar a realidade através de analogias de geometria (...) estavam já muito perto da nossa ciência mais contemporânea." (Tradução livre)

os egípcios uma dimensão não só metafísica intrínseca ao ser, mas também física e social.⁷

No entanto, há previamente notada a utilização de conhecimentos de natureza geométrica que contribuíram em grande parte para a disciplina da geometria por parte das civilizações Sumérias, Babilónicas, Chinesas e Hindus. E, se recuarmos mais um pouco, no neolítico, através dos achados arqueológicos estudados, consegue-se também notar a utilização de uma forma rudimentar da geometria como hoje a conhecemos, em potes de cerâmica, tecidos e pinturas. Estes vestígios demonstram uma base de uma noção de relações espaciais e relações de formas que eventualmente dá a origem à geometria como nós a conhecemos. Dando assim a entender que o pensamento geométrico está presente no quotidiano humano.

Deste modo, pode-se presumir que a utilização de geometria provém desde antes da mais antiga civilização, porém pode causar uma história baseada em conjecturas. Por esse motivo, opta-se por usar como ponto de partida os registos escritos que nos chegam, em particular a obra de Heródoto (441 AEC–431 AEC), que aponta para o Egito como origem da geometria.

Padovan (2003) no capítulo *"The house as a model of the universe"*, investiga a origem dos sistemas proporcionais, onde refere que estes provêm da relação que o homem tem com a natureza e que algo só se torna perceptível a partir do momento em que se constrói. A partir de diferentes métodos de manufatura nascem novas formas escassas na natureza como o círculo, que é uma forma predominante da olaria, e o retângulo, que pode ter tido origem na tecelagem, dobragem e divisão dos produtos que provêm deste método. Como exemplo, os Dogons, uma civilização africana, onde os seus celeiros tinham uma planta quadrada, e a

⁷Lawlor, 1982

sua cobertura era circular, e os seus cestos de base quadrada e borda redonda.



Figura 2: *Cesto Dogon*

Segundo Padovan (2003), toda esta procura dá origem a ideias e teorias conjecturadas, principalmente a visão empática e a abstrata, Conceitos e vocabulário apresentados por Wilhelm Wor-ringer (1997). Na teoria empática, os autores referem que a matemática surge a partir de ritmos intrínsecos à natureza, que a mente humana consegue captar e aplicá-la nas suas criações e nelas criar um sentido natural. Por outro lado, na visão abstrata, refere que a matemática é uma criação estritamente artificial proveniente da necessidade do ser humano em organizar e subdividir e limitar o que por ele não pode ser controlado como forma de aproximação à compreensão do desconhecido. Através destas ideias, pode afirmar-se que, a matemática traz um sentido de certeza, compreensão e precisão que não se encontra na natureza uma vez

que esta não é uma criação abstrata.

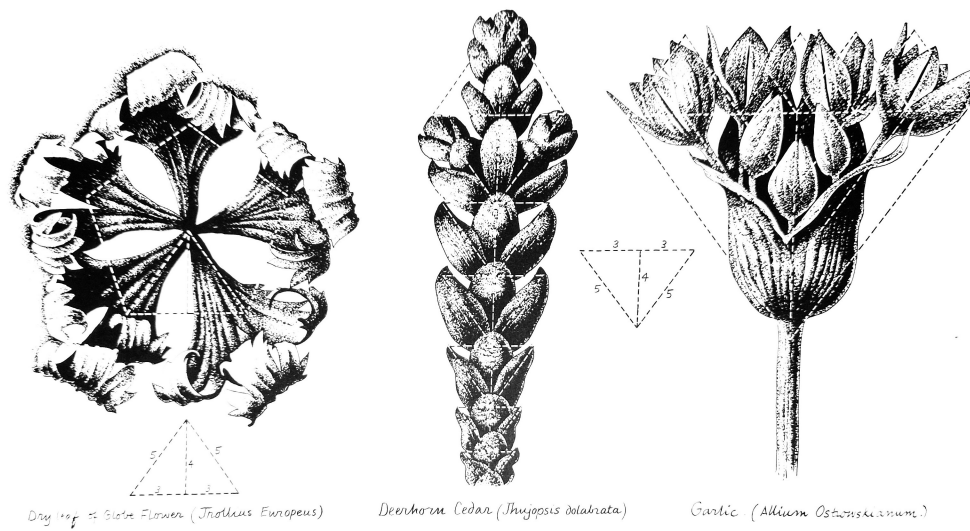


Figura 3: *Geometria na Natureza*

2.2 Proporção

*"We can [...] state that Geometry, and especially the concept of Proportion, thoroughly worked out by the followers of Pythagoras and Plato [...] are the foundation of the whole development of European or Western Architecture, leading through the Vitruvian concepts of analogy and 'symmetry' to a 'eurythmic', symphonic attitude to Art in general."*⁸ (Ghyka, 1977, p. 111)

A Proporção, desde sempre teve um papel fundamental no processo projetual de uma obra arquitetónica. Esta define a relação que todas as partes constituintes de uma obra estabelecem entre si e com o todo. Numa primeira análise, o que define uma simples parede é a relação entre a sua altura e o seu comprimento. Para a tridimensionalidade, esta parede, tem que possuir uma espessura relacionada com o plano que define a parede. Da mesma forma que a espessura é adicionada e dá forma a um objeto tão simples, também se introduzem vãos que reforçam a complexidade deste objeto, onde não só as medidas dos componentes isolados são tomadas em consideração, mas também os espaços entre cada um deles e a relação global com a parede. Esta combinação entre vários elementos determinam a organização do todo.

⁸"Podemos afirmar que a Geometria e especialmente o conceito de proporção, cuidadosamente trabalhadas pelos seguidores de Pitágoras e de Platão [...] são a fundamentação de todo o desenvolvimento da arquitetura europeia ou ocidental, desde os conceitos vitruvianos da analogia e "simetria" à atitude 'eurítmica' e sinfónica e mesmo à Arte em geral."(tradução livre)

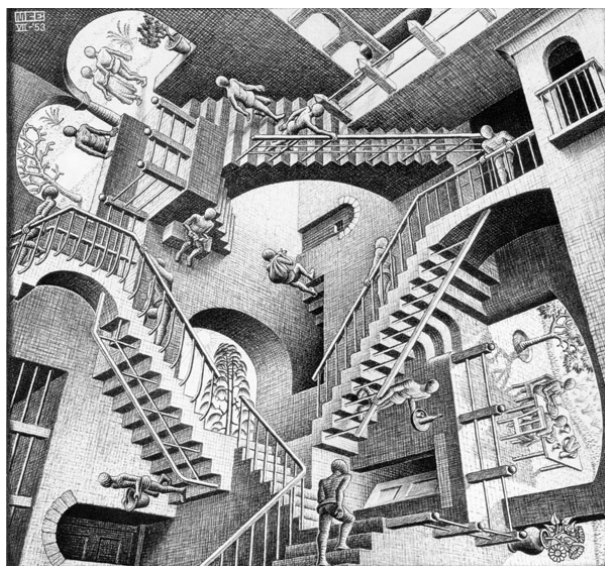


Figura 4: *Relativity de Maurits Cornelis Escher*

Aqui entra a necessidade da criação de sistemas proporcionais. Apenas através da proporção é possível obter uma organização coerente dos elementos em si, dos elementos entre si e destes com o todo. Muitos entendidos criticam a utilização destes conceitos porque afirmam que, apesar destes sistemas proporcionais organizarem do espaço, a exclusiva utilização dos mesmos pode levar à mecanização do processo projetual e à possível abstração do caráter artístico do arquiteto e da sua vertente criativa.

Contudo, na altura da Revolução Francesa, abdicou-se do sistema antropométrico clássico e passou-se a utilizar o sistema métrico. Este sistema surge como forma de tentar criar uma unidade de medida universal. Ao contrário do sistema pé-polegada, utilizado até então, onde as medidas são baseadas na anatomia humana, este novo sistema passa a utilizar uma medida abstrata, o metro, que se trata, nada mais nada menos, que a *quadragésima milionésima parte do meridiano terrestre*. Esta medida que surge de uma ínfima parte de uma outra medida tão imensa que se torna inimaginável, que em nada se relaciona com o ser humano, passa a ser a medida de base de construção da envolvente mais próxima

do ser humano. Uma medida tão desconectada do Homem passa a definir o espaço desenhado para o conectar.

Le Corbusier (2010) alude a um período produtivo entre 1925 e 1933, em França, onde, com um intuito experimental, cria uma escala métrica de 4 metros em altura numa parede do seu escritório. Esta escala permite que compare as suas posturas mais naturais com este sistema. O autor chega à conclusão de que o *metro* não passa de "uma cifra felizmente submetida a um sistema decimal".

"(...)chegando mesmo a constituir um instrumento perigoso, se, partindo da sua abstracta conformação numérica, nos deixarmos levar, pela negligência ou pela preguiça, a perpetuá-lo através de medidas cómodas o metro, o meio metro, o quarto de metro, o decímetro, etc...-, evolução que se tem realizado gradualmente, ao longo do último século, debilitando a arquitectura."(Corbusier, 2010, p. 50)

Esta mudança não só altera a forma como se pensa no espaço, como também a relação que este tem com o ser humano, e mais importante do que isso, a forma como este se associa e se conecta com o espaço em que vive. O início da utilização do sistema métrico fez com que, sem o cuidado necessário na criação do projeto, o utilizador se desassocie e não consiga criar uma ligação tão forte com o espaço que o rodeia. Deste modo, surge uma arquitetura funcional, com base numa medida genérica, em vez de relações proporcionais que surgem da interação entre 2 ou mais fatores, onde 1 pode ou não ser o seu utilizador.

Para perceber a **proporção** é preciso primeiro definir a **razão** (r) - comparação quantitativa de duas grandezas ou partes de um todo - Esta **razão** é uma constante que, quando somada ou multiplicada a uma grandeza, e consecutivamente ao resultado desta, cria uma sequência lógica e previsível de números denominada

progressão. Como por exemplo:

$$\begin{array}{c} \overset{+3}{\curvearrowright} \overset{+3}{\curvearrowright} \overset{+3}{\curvearrowright} \\ (1, 4, 7, 10, 13, \dots) \\ \text{ou} \\ \overset{\times 3}{\curvearrowright} \overset{\times 3}{\curvearrowright} \overset{\times 3}{\curvearrowright} \\ (1, 3, 9, 27, 81, \dots) \end{array}$$

Figura 5: Exemplo de Progressões

Em contrapartida, a proporção refere-se à igualdade de duas razões, ou seja, para quatro quantidades diferentes de zero, a, b, c e d , podem dizer-se proporcionais se a razão de a com b for igual a razão de c com d . Só, e só se esta afirmação for verdadeira, é que se pode dizer que estabelecem uma relação proporcional entre elas.

2.2.1 Aritmética

Uma **progressão aritmética** é qualquer sequência de números reais em que cada termo se obtém do anterior, **adicionando-lhe** uma constante r ($r \neq 0$) de nome **razão**. Assim, numa progressão aritmética verifica-se que para qualquer número natural n se tem:

$$U_{n+1} = U_n + r$$

Como exemplo, temos a seguinte sequência de números:

$$(2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots)$$

Tendo dois termos consecutivos, consegue-se, através da fórmula anterior ter: $r = U_{n+1} - U_n$. Substituindo pelos números presentes na anterior sequência, tem-se, $r = 8 - 6$, e consegue-se concluir que estamos perante uma **progressão aritmética** em que o primeiro termo é 2 e a razão r é igual a 2. Pegando em qualquer

termo desta sequência obtém-se o termo seguinte adicionando a constante r .

A **proporção aritmética** surge da comparação desta razão aritmética r entre dois termos. Deste modo, conseguimos concluir que, as quatro grandezas aqui comparadas são termos pertencentes a uma progressão aritmética com a mesma **razão** r .

Transferindo este conceito para uma forma mais visual, aplica-se a um grupo de retângulos, como representado na figura 6. Utilizando a fórmula previamente referida, obtém-se: $(a + r) - a = (b + r) - b = (c + r) - c$, que de uma forma simplificada fica: $r = r = r$. Com isto é possível afirmar que a relação de proporcionalidade aritmética está confirmada.

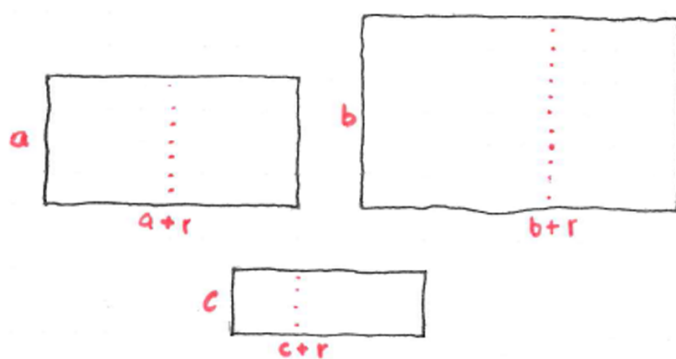


Figura 6: *Proporção Aritmética*

2.2.2 Geométrica (Proporção Áurea)

Uma sequência de números reais pode ser uma **Progressão Geométrica** quando o termo seguinte é obtido pela **multiplicação** de um número constante r a qualquer termo desta sequência. Tendo, assim, para qualquer número natural n :

$$U_{n+1} = U_n \times r$$

considerando o seguinte exemplo de sequência de números:

$$(2, 6, 18, 54, 162, \dots)$$

Ao aplicar a fórmula anteriormente referida a dois termos consecutivos desta progressão, consegue-se chegar ao valor de r através da seguinte fórmula: $r = \frac{U_{n+1}}{U_n}$. Substituindo com os valores presentes na progressão, tem-se: $r = \frac{162}{54}$ e consequentemente $r = 3$. Pode-se afirmar que esta sequência de números é uma **Progressão Geométrica**, onde a **Razão** é 3 e o primeiro termo é 2. Qualquer termo desta progressão pode ser multiplicado pela **Razão** (r) e obter-se-á o termo seguinte.

A **Proporção Geométrica** dá-se quando existe uma igualdade entre, pelo menos, duas razões geométricas. Poderá ser representado como $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou $a : b = c : d$ e lê-se a está para b , assim como c está para d . Só se pode considerar que existe uma relação de proporcionalidade geométrica se esta afirmação se verificar.

A forma mais intuitiva de visualizar este conceito é aplicá-lo a retângulos. Se considerarmos a e b as medidas dos lados de um retângulo e c e d de outro, e a anterior fórmula se verificar, diz-se que os retângulos são **geometricamente proporcionais**.

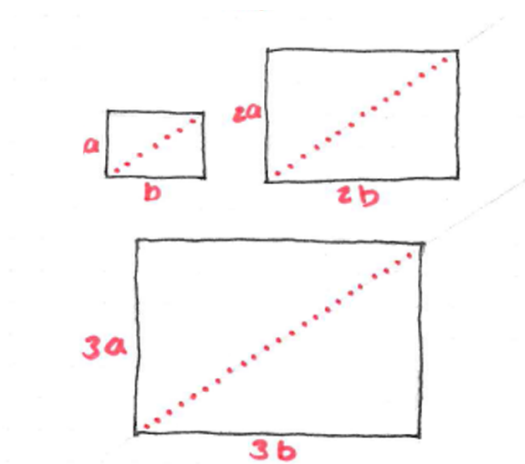


Figura 7: *Proporção Geométrica*

Esta proporcionalidade geométrica, quando verificada, torna os retângulos numa ampliação ou redução um do outro. Este processo permite que os ângulos das diagonais sejam mantidos e

que se possa verificar a propriedade apenas pelo paralelismo das mesmas.

A proporcionalidade pode ser descontínua se as grandezas a , b , c e d forem diferentes entre elas. Se, por outro lado, b e c forem idênticas, torna a proporção contínua. Logo a equação que define esta proporção passa a ser $a : b = b : c$ ou $b^2 = ac$.

*"the golden section [...] imposes itself whenever we want by a new subdivision to make two consecutive parts of segments fit into a geometric progression, combining thus the threefold effect of equiparation, succession, continuous proportion; the use of the golden section being only a particular case of a more general rule, the recurrence of the same proportions in the elements of a whole."*⁹ (Timerding apud Ghyka, 1977, p. 16)

A proporção Áurea é a única forma de dividir um segmento de reta em que, a razão geométrica entre os dois novos segmentos é igual à razão entre o segmento maior e o segmento total. Esta propriedade também permite que se estabeleça uma relação de proporcionalidade com apenas . Obtendo assim: Num seguimento de reta AB dividido por um ponto C , $AB/AC = AC/CB = \phi$.

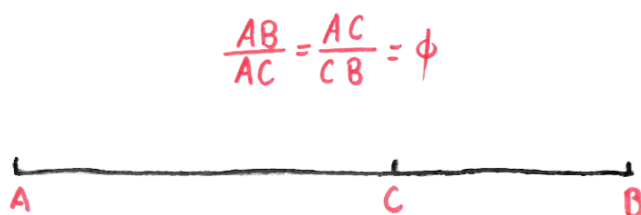


Figura 8: Proporção áurea

⁹"A secção áurea [...] impõe-se toda a vez que queremos, por uma nova subdivisão, criar duas partes consecutivas de segmentos que se insiram numa progressão geométrica, combinando assim o efeito triplo da equiparação, sucessão, proporção contínua; a utilização da secção áurea é um caso particular de uma regra mais abrangente, a recorrência das mesmas proporções nos elementos de um todo. "(tradução livre)

A terminologia *phi* ou *Golden ratio* ou mesmo **proporção áurea** só aparece por volta do século XX, uma vez que os gregos e matemáticos daquela altura não tomavam estas constantes da mesma forma que são agora vistas. Naquela altura, ϕ não era representante do número 1.61803... mas sim apenas a letra que definia a razão de $AB/AC = AC/CB$. Da mesma forma que π não era 3.14159.. e era só a letra que definia a razão entre o perímetro do círculo com o seu diâmetro.

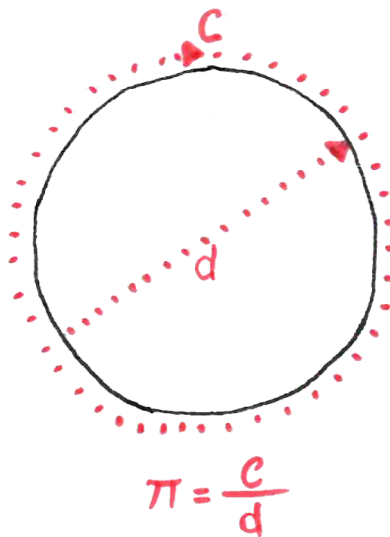


Figura 9: Equação de π

A construção geométrica rigorosa de ϕ é muito simples devido ao seu valor de $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ tendo como alguns exemplos a seguinte figura 10.

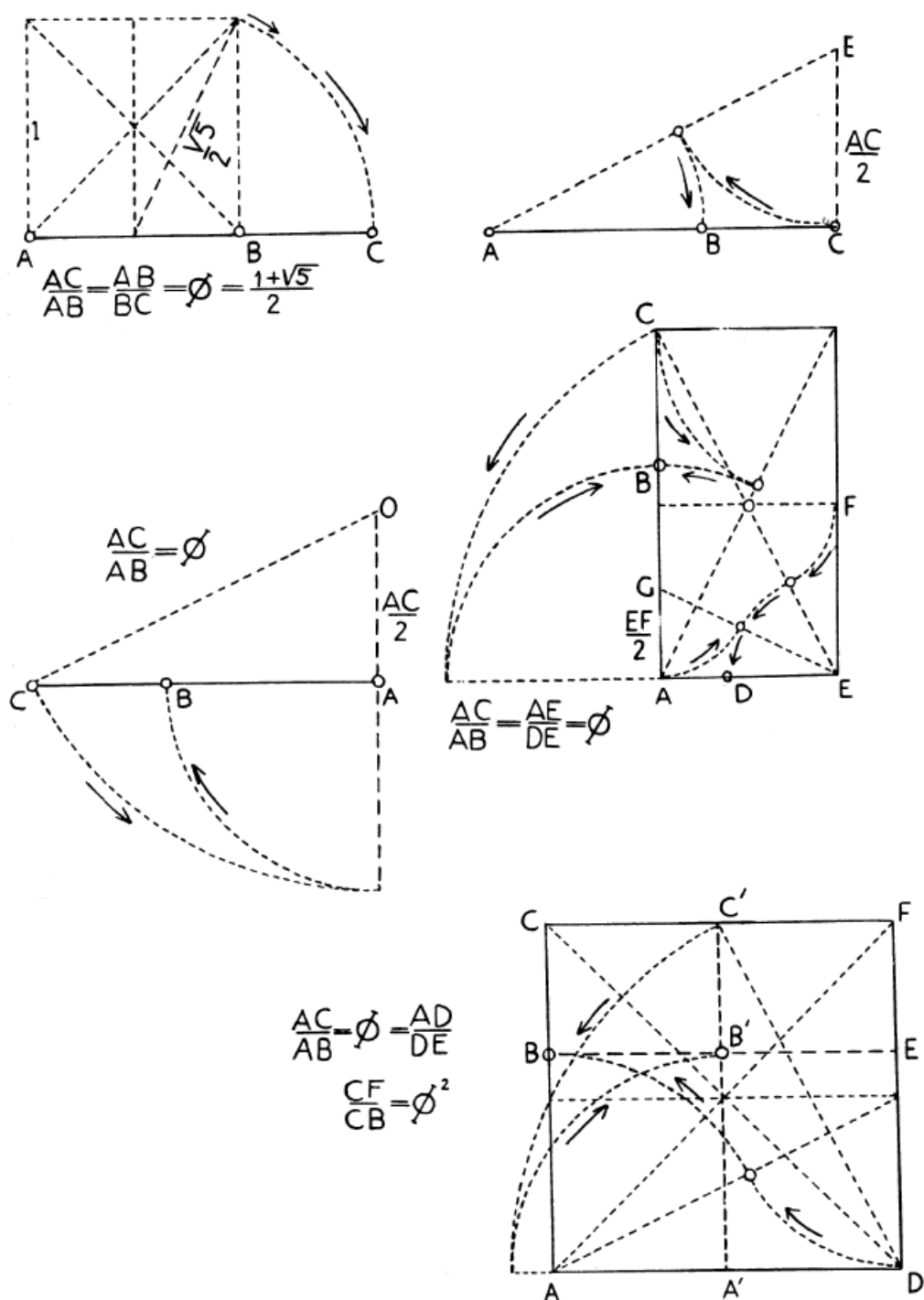


Figura 10: Construção da proporção áurea

Esta proporção tem propriedades interessantes, mas com uma infinidade de números, é certo que alguns destes tenham algumas características admiráveis. O que torna ϕ tão especial é que pode ser encontrado em diversos campos afastados da expectativa da geometria e da matemática.

Por exemplo a um nível quântico, os átomos magnéticos quando conectados parecem vibrar em frequências que podem ser descritas por ϕ . A um nível macroscópico, como por exemplo, nas flores nomeadamente no Girassol, o número de espirais que se pode encontrar no centro é tão preciso que, alegadamente tem 233 espirais num sentido e 144 no outro. Estes números são consecutivos na sequência de Fibonacci¹⁰¹¹ que à medida que esta evolui, a razão entre dois números consecutivos tende para ϕ .

Isto ocorre, devido ao facto da forma mais eficiente de organizar sementes e pétalas numa superfície e de maximizar a sua receção solar, é seguir a versão angular desta proporção que pode ser obtida como, $360(1 - \frac{1}{\phi})^\circ$; $\frac{360}{\phi^2}^\circ$; $360(2 - \phi)^\circ$; $180(3 - \sqrt{5})^\circ$. O valor de cada uma destas formulas é uma dízima infinita que através do arredondamento se aproxima de $\approx 137,5^\circ$. “Phi” pode ser considerado “o número mais irracional”, isto é, o número mais difícil de ser aproximado por uma razão de números racionais. Esta característica faz com que a disposição de acordo com este ângulo não crie pilhas de objetos, mas sim espirais como se pode ver na natureza.

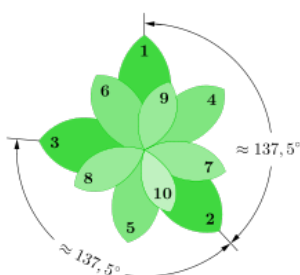


Figura 11: O ângulo áureo verifica-se entre pétalas sucessivas de algumas flores

¹⁰A sequência de Fibonacci é uma sequência de números inteiros, começando normalmente por 0 e 1, na qual cada termo subsequente corresponde à soma dos dois anteriores. 0,1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, ...

¹¹Também conhecido por Leonardo de Pisa. Era um matemático italiano da República de Pisa, Considerado o melhor matemático ocidental da idade média

A associação desta proporção ao número que é conhecido hoje em dia leva a que sejam feitas algumas associações pouco fundamentadas, dizendo de uma forma generalizada que a razão está perto de 1,6. No entanto, falham em perceber que a proporção áurea não é aproximadamente 1,6; mas sim exatamente $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

2.2.3 Harmónica

"The notions of periodicity and proportion, and their interplay, can be used for succession in time as well as for spatial associations. If periodicity (static like a regular beat, or dynamic) is the characteristic of rhythm in time, and proportion the characteristic of what we may call rhythm or eurhythmia in space, it is obvious that in space, combinations of proportions can bring periodical reappearances of proportions and shapes, just as in a musical chord or in the successive notes or chords of a melody we may really perceive an interplay of proportions." ¹²(Ghyka, 1977, p. 6)

Num estudo aprofundado das obras e figuras mais marcantes da época do renascimento¹³, de um ponto de vista matemático, é inevitável deparar o domínio da divisão por números inteiros e, por conseguinte, a associação musical como tema principal. Embora as teorias não sejam uniformes, e algumas que defendem a utilização de razões irracionais naquela época, revelam posteriormente uma aproximação a uma grandeza racional, resultando

¹²"As noções de periodicidade e proporção, e a sua interligação, pode ser utilizada para a sucessão no tempo como associações no espaço. Se a periodicidade (Estática como uma batida regular, ou dinâmica) é a característica de ritmo no tempo, e proporção é a característica do que chamamos ritmo ou eurtmia no espaço, é óbvio que no espaço, combinações de proporções podem levar a reaparições periódicas de proporções e formas, assim como num acorde musical ou em notas sucessivas ou em acordes de uma melodia podemos encontrar conjugação de proporções." (tradução Livre)

¹³Um período da história e um movimento cultural que marca a transição da Idade Média para a modernidade (1450-1650).

num consequente processo de arredondamento.

Todo este processo deve-se a uma tentativa de aproximar estes números e grandezas irracionais provenientes, como por exemplo, da média geométrica e torna-los facilmente compreensíveis. Ou seja, para a divisão de um segmento de reta cujo primeiro ponto seja 1 e o final 2, podem ser utilizados três métodos distintos, a média aritmética, a geométrica e a harmônica. sendo estas $\frac{a+b}{2}$, $\sqrt{a \times b}$ e $\frac{2ab}{a+b}$ respectivamente. E $\frac{3}{2} = 1.5$, $\sqrt{2}$ e $\frac{4}{3}$ como exemplificado na figura 12. Balizando, desta forma, o termo irracional proporcionado pela média geométrica com dois termos racionais.

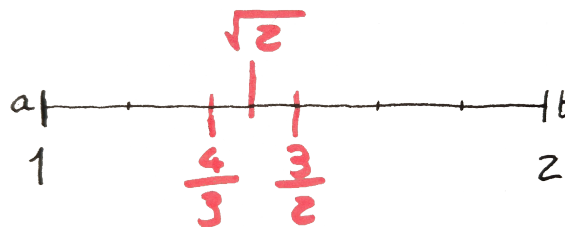


Figura 12: *Caption*

Segundo Aristóteles¹⁴ (1311), os Pitagóricos foram os primeiros a utilizar as matemáticas, e pensavam que os seus princípios (da matemática) eram os princípios de todas as coisas. Partindo de que, destes princípios os números eram os primeiros, e nestes viam muitas semelhanças a coisas que existem. Deste modo, os números possuíam a capacidade de explicar o universo. Não só tinham a noção de representação de quantidades, mas também cada número era equivalente a uma única entidade. Tendo que o 1 retrata o ponto, o 2 a linha, o 3 o plano e o 4 o sólido.

Esta filosofia de pensamento, tomava a unidade como fundamental e indivisível gerando, deste modo, todos os outros números e, por conseguinte, todas as coisas. O número 10 também é

¹⁴Aristóteles, *Metafísica*, in Paul Calter, *Squaring the Circle: geometry in the art and architecture*, New York: Key College Publications, 2008

de extrema importância. Era chamado de *tetraktys* que significa “conjunto de quatro” e era atribuído a este pois é a soma dos primeiros quatro números inteiros ($1 + 2 + 3 + 4 = 10$). E a sua representação gráfica é composta por um triângulo formado por pontos, de quatro unidades de lado. Para além disso apresenta um certo equilíbrio pois na soma que o origina contêm tantos números ímpares como pares. Este conjunto de condições levava os Pitagóricos a associar o *tetraktys* ao cosmos¹⁵.

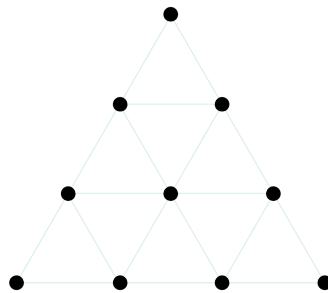


Figura 13: *Tetractys*

Este Conceito leva também a formulação de muitos outros “conjuntos de quatro” como os quatro elementos e as quatro estações do ano. Mas mais relevantemente divide a matemática em quatro categorias que formam o Quadrivium¹⁶ do conhecimento, a aritmética, a geometria, a música e a astronomia.

A proporção harmonica, também referida por proporção musical surge a partir do momento em que os pitagóricos, através da utilização de um monocórdio¹⁷, descobrem que dividindo a corda a metade da distância, produzia um som consonante com o da corda solta. E consequentemente vieram a descobrir também outros pontos que harmonizavam com este. Todos estes pontos

¹⁵Universo harmónico e ordenado.

¹⁶Parte do ensino, na Idade Média, composto pelo conjunto do estudo das quatro categorias matemáticas.

¹⁷É um antigo instrumento musical, utilizado em laboratório, composto por uma caixa de ressonância sobre a qual era estendida uma única corda.

eram obtidos através da divisão da corda inicial por razões de números inteiros, presentes no tetraktys (1,2,3,4). A metade ou 1:2 foi chamada de oitava (diapason), dividindo a corda pela razão de 2:3 originava uma quinta (diapente) e pela razão de 3:4 a quarta (diatessaron), formando as quatro consonâncias básicas (1:1, 1:2, 2:3, 3:4). Conjugando estas razões também se obteve as razões de 1:3, que é a junção de uma oitava com uma quinta (diapason com diapente) e 1:4 que é a junção de duas oitavas (disdiapason).

Estas divisões provenientes da música quando aplicadas a medidas físicas e concretas, acrescentam às proporções outrora banais, um sentido eterno e uma razão sintética para a sua existência. Isto é, numa eventualidade de se perder o acesso aos estudos das nossas civilizações, esta experiência com o monocórdio não deixará de ser verdade por não ser baseado em crenças, ou em estudos controlados que não são facilmente replicados.

Geometria na Prática da Arquitetura

3.1 Contexto

Como ciência fundamental das formas e de como as organizar, a geometria, não pode ser de alguma forma afastada do processo de composição e design em arquitetura. Na sua essência, a geometria parte de um ponto. Esse ponto, através de uma "*Síntese de energias cinéticas*"¹⁸, move-se para criar a reta, por sua vez esta move-se para criar um plano, na transladação deste plano no espaço forma-se o volume.

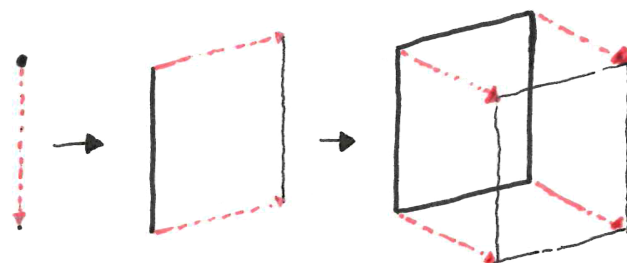


Figura 14: *Base da Geometria*

A arquitetura surge na necessidade de organizar o espaço utilizando as formas menos abstratas dos conceitos previamente mencionados. Pois, segundo Ching (2002), apesar da inexistência física estes conceitos fazem se sentir através de elementos auxiliares que, quando interpretados por seres intelectuais como o ser humano, identificam o ponto na interceção de duas retas, a reta a delimitar um plano, o plano como contorno de um volume, e por sua vez, o volume do objeto que ocupa espaço. É então a visualização e manipulação destes elementos imaginários que faz o Arquiteto.

Há uma forte ligação entre a Arquitetura e a Geometria, esta tem uma função indispensável desde a conceção e idealização, à

¹⁸Paul Klee apud Ching, 2002

construção ou materialização de uma obra arquitetônica, estando presente em todas as fases do processo projetual.

Todo o edificado, na sua essência, pode ser decomposto e sintetizado em sólidos geométricos simples como o paralelepípedo, o prisma, o cilindro, e a esfera. A criatividade e técnica aplicada na divisão, repetição e junção destas formas cria um bom ponto de partida para criação de grande parte dos edifícios, mesmo os considerados revolucionários e icônicos. Como exemplificado na figura15.

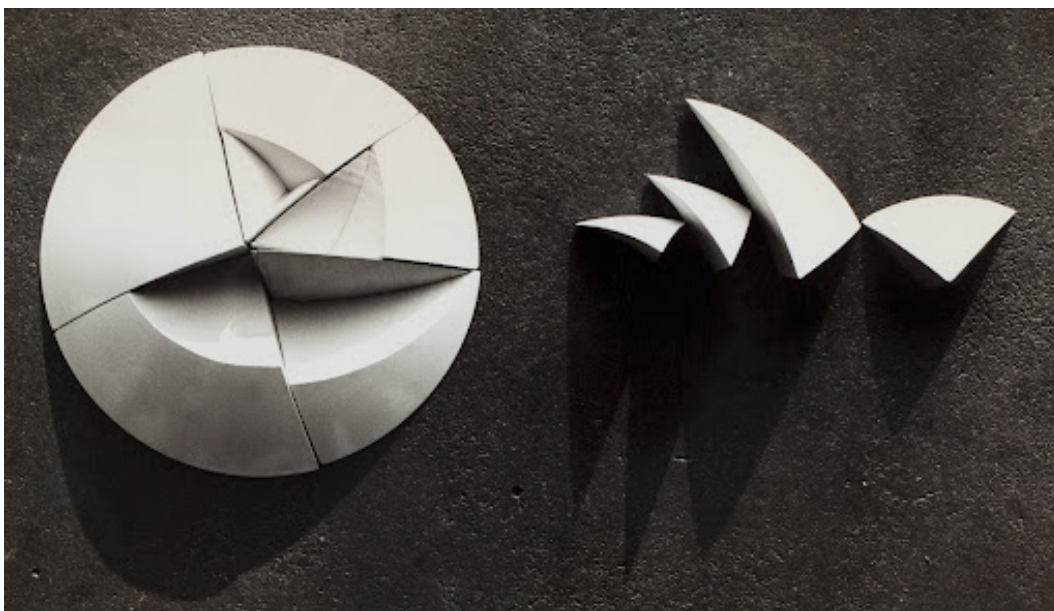


Figura 15: *Conceito Geométrico da Sydney Opera House*

Numa primeira fase projetual como a de idealização, o arquiteto manipula a geometria a seu favor, com o intuito de criar uma base projetual, não só funcional como agradável num ponto de vista estético. É esta frequente presença da relação organizada de retângulos, polígonos, setores circulares ou elípticos, que se encontra na análise de desenhos técnicos que valida a estrutura e forma que a geometria impinge na arquitetura.

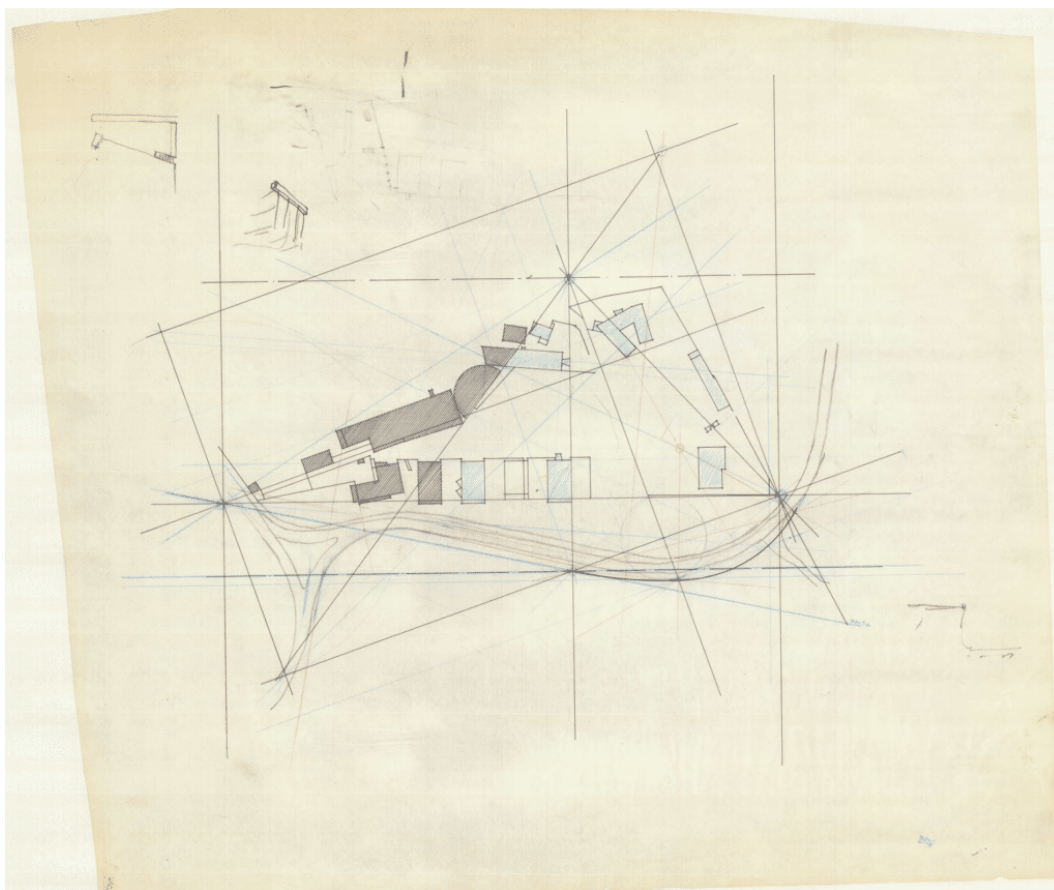


Figura 16: *Esquízo Geométrico do edifício da FAUP*

Já numa fase de materialização de uma obra, é essencial uma correta aplicação da geometria de forma a garantir a estabilidade, o equilíbrio e proporcionalidade. A precisão dos cálculos geométricos garante que os ângulos, medidas e proporções colaborem para a segurança, funcionalidade e estética necessária para o sucesso desta fase.

Deste modo é difícil de negar esta dependência existente da geometria na arquitetura. Esta revela-se tanto num caráter estético como se demonstra crucial num ponto de vista prático e matemático que transforma intimamente todo espaço que nos rodeia.

Outra análise que pode ser considerada é a vertente sagrada da geometria. Isto é, a conjugação de certas e determinadas proporções, materialidades, luz e pistas visuais, com a intenção de

criar um ambiente que transmita ao utilizador um sentido que transcende a sua capacidade intelectual.

Entre várias obras que igualmente exemplificariam este fenómeno está a obra que Tadao Ando projeta em 1985 a *"Church on the water"* representada na figura 17. Este projeto é um exemplo em que a arquitetura não se limita à organização espacial e à implementação de esquematismos geometricos, mas sim a uma maior atenção às suas implicações sensoriais e espirituais. Deste modo, este projeto é criado de forma a que possa ser experienciado na totalidade mesmo que não se percebam os princípios conceptuais que o definem.

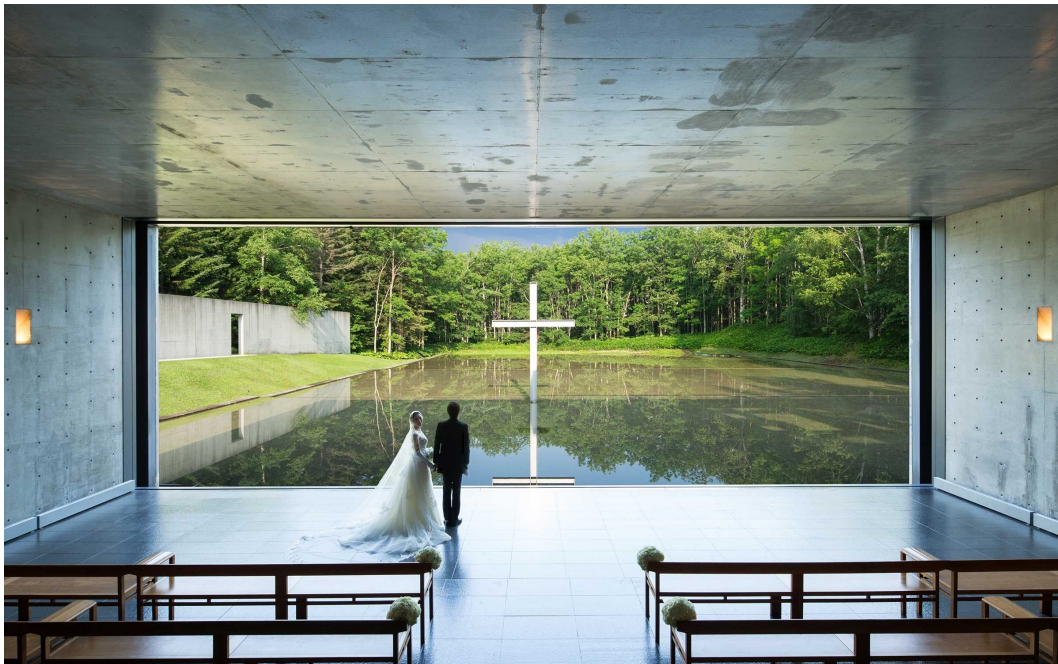


Figura 17: *Church on the water, Tadao Ando*

Com efeito, o edifício apresenta a conjugação de sólidos geométricos e materialidade simples com pouca ornamentação e uma forte conexão à natureza envolvente, para que os limites físicos e a sua materialização não roubem o protagonismo aos fatores naturais e espaciais. Deste modo, a implementação de uma painel de vidro, onde numa igreja normal se esperaria um altar, permite uma

maior conexão com a natureza, que transporta o sujeito para o exterior aumentando o espaço e a sua ligação com o que o rodeia. Assim, o utilizador também consegue visualizar e conectar-se com a natureza do momento do dia e do ano ao observar tanto o percurso solar como os efeitos das mudanças das estações ao longo do ano.

Por outro lado, existem tentativas por parte de outros arquitetos que procuram imitar formas e proporções dos templos antigos, mas dando ênfase à geometrização do espaço. Este método resulta num espaço, de um ponto de vista geométrico bem concebido, mas que perde o efeito sensorial do espaço, como está patente no *Unity Temple* de Frank Lloyd Wright - figura 18. Isto remete para uma maior preocupação em compreender o espaço e as formas, do que propriamente a ligação do sujeito com o sagrado, que é a sua principal vocação.



Figura 18: *Unity Temple, Frank Lloyd Wright*

3.2 Vitruvius

Marcos Polião Vitruvius foi um arquiteto militar consultor de Júlio César (49-44 a.c.) e mais tarde do imperador Augusto (27-14 a.c.). Enquanto tal escreve no século I antes de Cristo, o primeiro registo escrito de arquitetura, e o único que chega aos dias de hoje, o *tratado De Architectura* também conhecido por *Os Dez Livros de Arquitetura*. Este permite o nosso conhecimento atual sobre a antiguidade clássica. Principalmente após a sua redescoberta e estudo no século XVI.

A intenção do autor quando escreve esta obra, era através dos seus conhecimentos nas disciplinas de Engenharia e Arquitetura para reger o projeto e a construção no sentido geral, isto é, aplicado tanto à edificação privada e pública como à cidade.

Este tratado, como o nome indica, é composto por dez livros, e está dividido por temas. Como ficará explícito sucintamente adiante.

O primeiro livro surge como uma introdução ao tema onde o autor denota o conceito de Arquitetura.

O segundo livro é referente aos materiais utilizados

O terceiro e quarto livros são dedicados as ordens gregas como a **Jónica**, explorada principalmente no terceiro livro, a **dórica**, a **Coríntia** e a no seguinte onde introduz a ordem **Toscana** e a **Compósita**. Neste estudo dos templos gregos é possível verificar uns rudimentos de um sistema proporcional com base nas medidas canónicas. Ainda neste livro, Vitruvius refere a utilização da simetria e a sua base na proporção.

O quinto livro, para além de apresentar a arquitetura pública civil. Começando pelo templo, seguido pelo o foro¹⁹, e terminando com

¹⁹Praça pública, na antiga Roma."foro", em Dicionário Priberam da Língua

os demais edifícios Públicos.

“Uma alusão às teorias pitagóricas ajuda a auscultar o sentido vitruviano da proporção, da comensurabilidade, do módulo. Aliás, os antecedentes gregos estão sempre patentes em toda a obra, revelando uma preocupação constante em ter diante dos olhos as formas helênicas na procura de novas soluções no contexto romano. Daí sua constante referência aos gregos e aos antigos. Ao discorrer sobre o foro, o teatro, a palestra e os pórticos das termas, distingue-se sempre o que é e o que não é da consuetudo italica. O texto trai muitas vezes essa admiração pelas construções gregas, especificamente quando se descreve o teatro grego e a palestra” (Vitrúvio, 2007, p. 42)

Ainda no quinto livro, tem ênfase também nos 6 princípios essenciais da arquitetura, nomeadamente: Ordem²⁰, disposição²¹, simetria²², harmonia²³, propriedades²⁴ e economia²⁵.

De uma forma muito sucinta, passa a explica-se cada um:

Ordem – considera que os edifícios são compostos por pequenos módulos, onde a correta seleção destes permite uma hierarquia de forma concordante;

Disposição – é a forma de organizar os módulos previamente mencionados e selecionados numa obra concordante e concisa, e perceber a forma que esta toma como um todo e transmiti-la através de Plantas, Alçados e Perspetivas²⁶. Tenta também solucionar os problemas de forma inovativa e com atenção a todo o detalhe que só o desenho detalhado permite;

Portuguesa [em linha], 2008-2024, <https://dicionario.priberam.org/foro>.

²⁰Do latim, Ordinatio

²¹Do latim, Disposito

²²Do latim, Eurythmia

²³Do latim, Symmetria

²⁴Do latim, Decor

²⁵Do latim, Deistributio

²⁶Ichonographia, orthographia, scaenographia

Simetria ou comensurabilidade – traz uma beleza relacionada e traz o correlacionamento de todos os elementos com a obra e vice-versa;

Harmonia ou eúritmia – Visa a correspondência equilibrada das dimensões de um edifício, isto é ter no todo uma altura adequada a largura e comprimento;

Propriedades ou conveniência – Evita que a funcionalidade não se perca em função da beleza, e contextualiza o projeto (Templos romanos tinham uma abertura no topo para haver um acesso direto aos céus e aos Deuses) força o Arquiteto a dominar a localização e o uso do edificado. Trata de forma semelhante a Arquitetura (como organização do espaço), e a ornamentação;

Economia ou distribuição – permite ao arquiteto gerenciar o projeto, de forma a criar uma dicotomia entre o custo e o senso comum aplicada a cada ocasião, tendo em conta as diferenças que cada projeto exige (a casa comum difere da casa de um homem rico ou de um homem de estado).

No sexto livro apresenta a arquitetura de edifícios privados e as comensurações das suas simetrias²⁷.

“no escribe rationes, sino ratiocinationes, es decir, no razones, sino raciocínios” ²⁸(Amo, 1988)

A citação prévia sugere que Vitruvius no sexto livro opta por usar a palavra raciocino em vez de razão. Deve-se ao facto de as regras que regem os edifícios privados são mais flexíveis, e permitem alguma margem para opiniões.

O sétimo livro, para além de reconhecer a percepção da arte, trata

²⁷“Conmensuraciones de sus simetrías” Amo, 1988

²⁸“Não escreve razões, mas sim raciocínios, ou seja, não motivos, mas argumentos.”(tradução livre)

dos acabamentos que asseguram tanto a beleza como a resistência. Acabando assim a parte do tratado referente a razão da edificação.

Os últimos três livros deste tratado são referentes a temas importantes para a edificação segura e viável como hidráulica, astronomia, movimentos solares e por fim engenharia mecânica.

Vitrúvio, também nesta obra, apresenta os (9) Pilares para um arquiteto bem sucedido:

História – Ajuda a representar o estado e a cultura do povo (história de Caryae)

Arte, Desenho e Geometria – Transforma ideias em formas arquitetônicas

Filosofia – O arquiteto que domina a filosofia, percebe os significados subjacentes e introduzir um maior propósito as formas que cria. Na altura, perceber os caminhos dos deuses era fundamental para a construção de templos, agora traduz-se numa forma do arquiteto encontrar e formar a sua personalidade e ser fiel a estas suas criações.

Física – Permite ao arquiteto interagir com o meio envolvente como a gravidade, vento e a terra no geral.

Música – Ajuda a representar a matemática em harmonia

“Theater” – Demonstra a percepção do comportamento do som e da propagação do mesmo

Legislação – Seguir as regras da sua localização e evitar possíveis conflitos com os lotes vizinhos

Medicina – Perceber a anatomia humana, necessidades fundamentais para o bem-estar pessoal assim como o do edificado

Astronomia – perceber os movimentos solares e move-lo para os edificandos

Vitrúvio sabia que qualquer pessoa levava uma vida inteira dedicada para dominar um destes tópicos, Vitrúvio, pede para cada arquiteto saber o suficiente sobre cada um deles para poder fazer decisões fundamentadas de forma a ajudar na construção de uma sociedade saudável, forte e resistente.

Apesar de Vitrúvio não ter edificar nenhuma obra, as noções deixadas neste tratado, servem como um guião para a arquitetura no renascentismo, dando origem a grandes obras arquitetônicas e mesmo de pintura daquela época. Como por exemplo:

As pinturas da *Cidade Ideal* de Fra Carnevale e de Piero della Francesca (figuras 19 e 20) apresentam um sentido de harmonia e coerência devido a serem influenciadas por este Tratado e seguirem os seus fundamentos.



Figura 19: *Pintura da Cidade Ideal por Fra Carnevale*



Figura 20: *Pintura por Piero della Francesca da Cidade Ideal*

A parte antropométrica do Tratado dá a matéria necessária a Leonardo da Vinci²⁹ para a elaboração de uma das suas obras mais divulgadas, o *Homem vitruviano* (figura 21). Esta representação das proporções matemáticas presentes no corpo humano dá origem ao Renascimento e a utilização destas proporções para a construção da arquitetura.

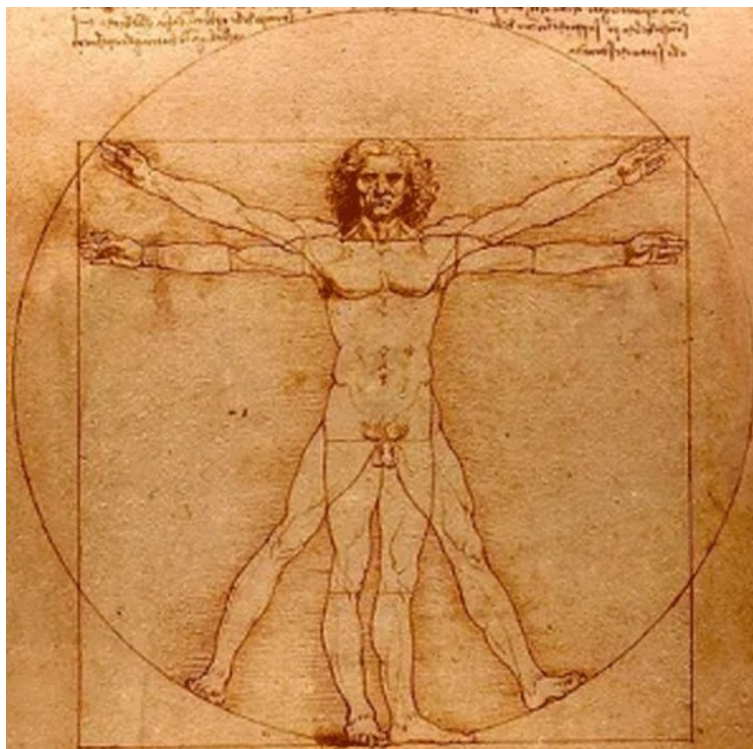


Figura 21: *Homem vitruviano de Leonardo da Vinci*

Ainda neste Tratado, Vitrúvio explora o intercolúnio que é o vão ou intervalo entre duas colunas consecutivas, assim como a proporção dos templos e a quantidade de colunas que os definem e chega a conclusão que os templos devem seguir a proporção do duplo quadrado, e no seu lado menor devem dispor de 4, 6 ou 8 colunas dependendo do seu tamanho de nome tetrástilo, hexástilo e octóstilo respetivamente.

²⁹(1452-1519) Foi uma das figuras mais importantes do Alto Renascimento, que se destacou como cientista, matemático, engenheiro, inventor, anatomista, pintor, escultor, arquiteto, botânico, poeta e músico.

Estes apontamentos de Vitrúvio mencionam as templos e as basílicas. Mais tarde, os arquitetos do renascimento utilizam as proporções dessas tipologias como inspiração para a construção de igrejas. Como por exemplo na figura 22 encontra-se representado a cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore em Florença, onde Brunelleschi usa as proporções e a linguagem descritas no Tratado.



Figura 22: *Cúpula de Brunelleschi na Catedral de Santa Maria del Fiore*

3.3 Alberti

A evidência da proporção na arquitetura demonstra-se mais escassa na época cronológica entre Alberti e Vitrúvio, sendo este último uma das principais referências de Alberti. Deste modo com o início do Renascimento os artistas sentem a necessidade e a preocupação com o conhecimento clássico, tornando todas as matérias de cariz matemático, tais como a proporção, predominantes na arte e em concreto na arquitetura da altura e dando origem a perspectiva.

Com efeito, Alberti, aquando o seu tratado “De re aedificatoria” apoia-se fortemente nos conceitos apresentados no tratado de Vitruvius do culto pela natureza e as leis cósmicas.

Vitrúvio deixa ainda na sua obra dos dez livros de arquitetura uma introdução a teoria da proporção. Devido ao carácter puramente analítico da sua exploração do tema, não clarifica a aplicação da teoria à prática, mas deixa noções suficientes para muitos arquitetos do renascimento tais como Alberti conseguirem desenvolver o pensamento. Como por exemplo, Vitruvius apresenta ideias práticas e objetivas de soluções para a relação entre espaços e o conjunto de forma a criar uma hierarquia e uma mais elevada beleza na obra, deixando por explorar a sua justificação e definir a ideia subjacente³⁰.

“La rason es obvia: Vitruvius articula una teoria que lev iene dada: Vitruvius escribe post factum; Alberti, por el contrario, fabrica su propia teoria. Vitruvius es un erudito: Alberti es un poeta” ³¹ (Amo, 1988)

³⁰P.H. Scholfield in The Theory of Proportion in Architecture pp. 34,35

³¹“A razão é óbvia: Vitruvius articula uma teoria com o que lhe é dado: Vitruvius escreve depois de feito; Alberti, pelo contrário, cria a sua própria teoria. Vitruvius é um erudito: Alberti é um poeta.”(tradução livre)

Alberti cria uma analogia entre as proporções da arquitetura e da música. Desenvolve uma lista de proporções mais agradáveis, com base na harmonia e consonância musical. Com efeito, Alberti aplica as proporções a quadriláteros, que, com base nos intervalos musicais, quando aplicados na largura, comprimento e altura do edificado, sustentam uma objetivamente boa concordância proporcional aos olhos do público geral.

“Ver, linear y medir. Mide el matematico. Linea el pintor. Y ve todo hombre sensible. Pero el arquitecto es aquel que hace visibles las buenas medidas y las líneas adecuadas: la medida pasa a línea y la línea guia al ojo. Tal es el argumento.”(Amo, 1988, pp. 154, 155)

Alberti, embora predominantemente apoiado no discurso de Vitrúvio, acaba por acrescentar conjeturas próprias, sendo posteriormente desacreditado quando os documentos de Vitrúvio passam a suportar um caráter de autoridade absoluta. Do mesmo ponto de vista partilha Richard Padovan³².

Numa posição identificada por Rudolf Wittkower³³ como neo-platônica, Alberti demonstra um conhecimento mais matematicamente coerente na sua teoria, apoiando-se fortemente na proporção harmônica, onde passa a utilizar as proporções básicas musicais para a conceção de espaços. Utilizando estas razões proporcionais primeiramente em planta onde as razões se verificam entre a largura e comprimento de uma área.

Essas áreas podem ser divididas em 3 grupos: Áreas curtas, médias e longas. Nestas áreas é evidente as proporções musicais, tendo nas curtas o quadrado 1:1 (representa o uníssono), o 2:3

³²He [Alberti] modelled his treatise (. . .) on the De architectura of Vitruvius; but he clearly intended to surpass it, in elegance, in coherence of structure, and in boldness.”Padovan, 2003, pp. 221, 222

³³Rudolf Wittkower (1901-1971). Historiador de arte britânico especializado em arte e arquitetura renascentista e barroca italiana.

(representa o intervalo musical de quinta) e o 3:4 (representa o intervalo de quarta). Nas áreas médias e longas podemos encontrar duas razões diretamente variadas do quadrado 1:1, as quais o 1:2 (que corresponde a oitava) e o 1:4 (que representa a dupla oitava). Das nove áreas de proporção aconselhada, estas cinco são as mais evidentes, enquanto as restantes requerem uma explicação mais aprofundada ou no mínimo o auxílio visual. Sendo estes o 9:16 e o 4:9 nas áreas curtas e nas longas o 3:8 e o 1:3.³⁴

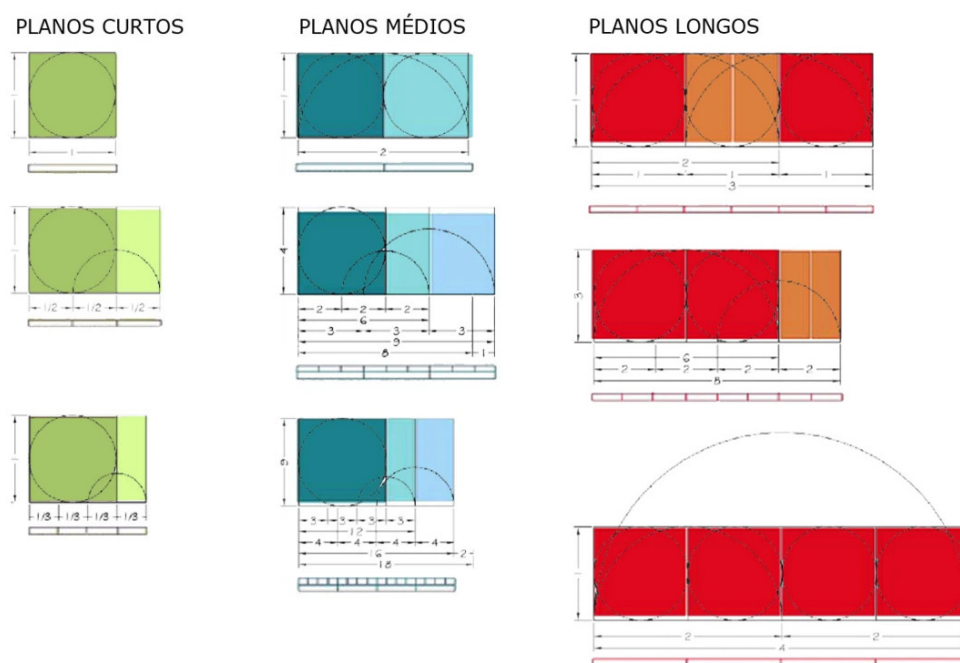


Figura 23: *Áreas Curtas, Médias e Longas*

Enquanto as áreas em planta são recomendadas e regidas por estas proporções, as suas alturas recomendadas não se regem desta forma tão coerente e intuitiva. Deste modo o pé direito dos compartimentos cujas proporções em planta se encontram nas áreas curtas, eram alcançadas através de médias aritméticas ou harmónicas encontrando-se preferencialmente compreendida entre a medida da largura e do comprimento. Deste modo, existe sempre uma relação entre a proporção em planta e a relação da

³⁴L.B. Alberti in *De re aedificatoria* (1443 – 1452)

altura dos compartimentos. No entanto para os espaços cuja planta se proporciona através de áreas médias ou longas, a altura é obtida através de uma sucessão de aplicações de razões de quartas e quintas, de forma a obter uma dimensão de altura mais concordante e próxima da largura.

3.4 Le Corbusier(Modulor)

Após a Revolução industrial a necessidade de uniformização de unidades de medida era inevitável. Até então, as medidas utilizadas pelos egípcios e gregos eram medidas antropométricas. Era utilizado o corpo humano como forma de medida, como a polegadas, o cúbito, os pés, os palmos, as jardas, os passos, entre outros. Estas medidas não eram constantes e variavam entre territórios, havendo geralmente algum tipo de informação física nos centros das civilizações onde se poderia ir referenciar quando necessário. Enquanto o império britânico se baseou nestas medidas, veio definir o sistema imperial ou anglo-saxónico, que se limita a estabelecer um comprimento fixo para cada um destes, a revolução francesa veio propor outra opção. Desenvolve-se o Sistema métrico que tem como base as medidas da terra. Utilizando a medida do meridiano do Planeta Terra e dividindo-o por 40,000,000 origina a medida que até aos dias de hoje é conhecida como **Metro**.

"L'architecture est la première manifestation de l'homme créant son univers, le créant à l'image de la nature, souscrivant aux lois de la nature, aux lois qui régissent notre nature, notre univers. Les lois de pesanteur, de statique, de dynamique s'imposent par la réduction à l'absurde tenir ou s'écrouler." ³⁵ (Corbusier, 1995, p. 56)

O **Modulor** surge em 1943, quando Le Corbusier³⁶ decide criar uma ponte entre o sistema métrico e o anglo-saxónico e começa

³⁵"A arquitetura é a primeira manifestação do homem criando seu universo, criando-o à imagem da natureza, aceitando as leis da natureza, as leis que regem nossa natureza, nosso universo. As leis da gravidade, de estática, de dinâmica se impõem pela redução ao absurdo: ficar de pé ou desmoronar-se." (trad. Marta Sequeira (2010))

³⁶Um dos mais importantes arquitetos do século XX, urbanista, escultor e pintor (1887-1965)

a escrever um livro³⁷. Neste livro desenvolve este sistema que é fundamentado nas medidas do corpo Humano aplicadas ao espaço. Este começa por definir um pé direito baseado na altura do ser humano de braço estendido na posição vertical entre 2.10m e 2.20m.

Este sistema desenvolve-se na intercalação de duas escalas, uma com base na unidade dupla e outra na proporção áurea de $\frac{\phi}{1}$. E é sem dúvida a o sistema proporcional com base em ϕ mais utilizado e divulgado.

A característica que o distingue de outros ensaios de criação de sistemas modulares é a utilização de medidas fixas onde outros, numa tentativa de se tornarem mais versáteis, não atribuem este tipo de condicionantes.

A quando do início da sua utilização, algumas pessoas propuseram algumas alterações no desenvolvimento deste sistema devido a algumas medidas se demonstrarem de maior dificuldade na sua utilização. Estas mudanças foram rejeitadas por Le Corbusier e refutadas com a alteração do pé-direito fixo para 2.16m ou 7pés.

O sistema Modulor é publicado em 1950, num livro de mesmo nome, onde Le Corbusier se apresenta como narrador de suas próprias histórias. Deste modo podemos acompanhar o autor durante a sua longa jornada de descoberta deste sistema. Pode dizer-se que esta vontade que Le Corbusier persegue da eliminação do arbitrário surge anteriormente no seu estudo sobre os “traços reguladores”³⁸

“Um dia, à luz da lamparina a petróleo do seu pequeno quarto em Paris uma série de postais estão espalhados sobre mesa. O seu olhar fixa a imagem do Capitólio de Miguel Angelo, em Roma. A sua mão

³⁷Le Corbusier, O Modulor (1950)

³⁸“Les tracés régulateurs”Corbusier, 1995, p. 49

vira um outro postal ao contrário, com o verso branco voltado para cima, e movimenta instintivamente um dos cantos (ângulo recto) sobre a fachada do Capitólio. Subitamente, surge um axioma plausível: O ângulo recto gera composição: Os lugares (do ângulo recto) comandam-na”(Corbusier, 2010, p. 43)

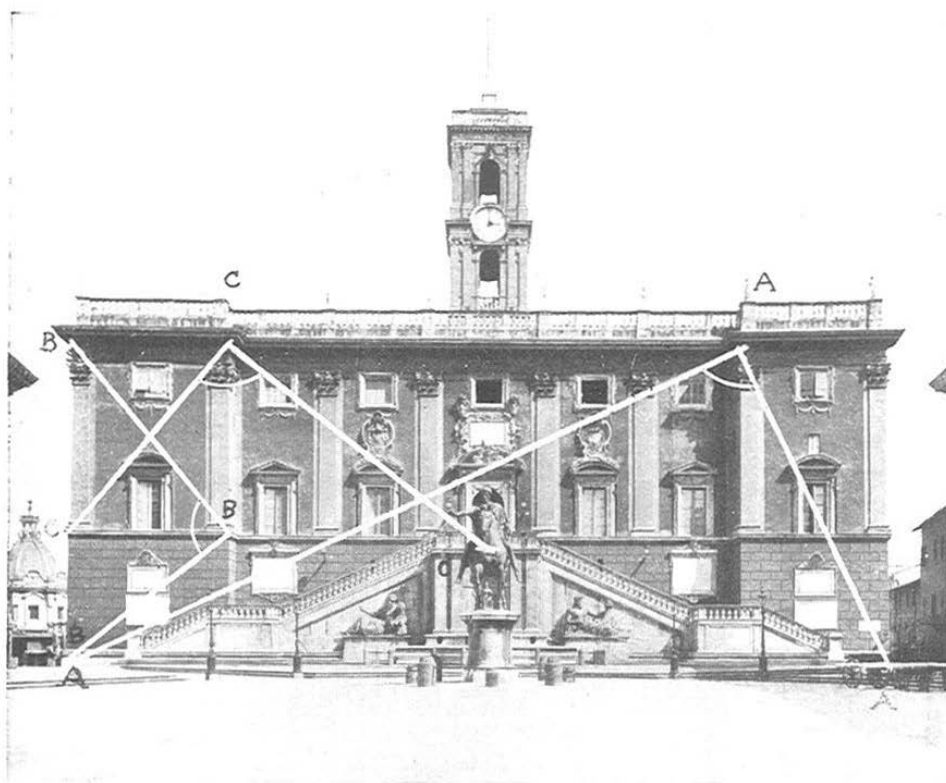


Figura 24: *Traçados Reguladores*

Embora se possa dizer que o sistema Modulor foi publicado em 1950, esta procura da ordem regrada e do distanciamento do casual, pode ser encontrado décadas antes desta publicação. Como por exemplo numa publicação posterior ao *Modulor*, de nome *Por uma Arquitetura*, publicado em 1923 Corbusier encontra a problemática que o sistema Modulor procura solucionar.

“[...]Le constructeur a pris pour mesure ce qui lui était le plus facile, le plus constant, l'outil qu'il pouvait perdre le moins ; son pas, son pied, son çoude, son doigt. Pour construire bien et pour répartir ses efforts, pour la solidité et l'utilité de l'ouvrage, il a pris des mesures, il

a admis un module, il a réglé son travail, il a apporté l'ordre. Car, autour de lui, la forêt est en désordre avec ses lianes, ses ronces, ses troncs qui le gênent et paralysent ses efforts. Il a mis de l'ordre en mesurant. Pour mesurer il a pris son pas, son pied, son coude ou son doigt. En imposant l'ordre de son pied ou de son bras, il a créé un module qui règle tout l'ouvrage ; et cet ouvrage est à son échelle, à sa convenance, à ses aises, à sa mesure” ³⁹ (Corbusier, 1995, pp. 53, 54)

Com efeito, Corbusier demonstra anos antes o seu interesse pelas duas questões que originam o Modulor: O cuidado com a métrica e ligação á antropométrica, o uso do corpo para estabelecer unidades de medida.

No entanto, não é errado afirmar-se que o Modulor começou a ganhar forma como Sistema proporcional concreto em 1943, no decorrer da 2ª guerra mundial. Quando Corbusier atribui a Gerald Hanning, um jovem colaborador de Corbusier recentemente deslocado para o outro lado da fronteira, o trabalho de conceber uma “grelha de proporções”, como uma tarefa para passar o tempo, tendo em conta o estado estagnado das construções na época.

Surge então o seguinte enunciado recebido por Gerald Hanning:

“Considere o homem-com-o-braço-erguido, com 2,20 m de altura; insira-o em dois quadrados sobrepostos, de 1,10 m por 1,10 m;

³⁹ “[. . .] O construtor tomou como medida o que lhe era mais fácil, o mais constante, o instrumento que podia perder menos: seu passo, seu pé, seu cotovelo, seu dedo. Para construir bem e para repartir seus esforços, para a solidez e a utilidade da obra, ele tomou medidas, admitiu um módulo, regulou seu trabalho, introduziu a ordem. Porque, em torno dele, a floresta está em desordem com suas lianas, seus espinhos, seus troncos que o atrapalham e paralisam seus esforços. Medindo ele estabeleceu ordem. Para medir, tomou seu passo, seu Pé, ou seu cotovelo ou seu dedo. Impondo a ordem com o seu pé ou com seu braço, criou um modulo que regula toda a obra; e esta obra está em sua escala, em sua conveniência, em seu bem-estar, em sua medida.” (trad. Marta Sequeira, 2010)

justaponha um terceiro quadrado aos dois primeiros. Este terceiro quadrado deverá dar-lhe a solução. O «lugar do ângulo recto» deve poder ajudá-lo a posicionar o terceiro quadrado. Com essa grelha de obra, pautada pelo ser humano instalado no seu interior, estou convencido de que chegará a uma série de medidas que conciliarão a estatura humana (o braço erguido) e a matemática. . . ” (Corbusier, 2010, p. 55)

Deste modo, surgem os primeiros esboços do Modulor, baseado na sobreposição de um quadrado num retângulo de quadrado duplo que não só abriga a teoria do “lugar do ângulo reto” previamente referido e a antropometria.

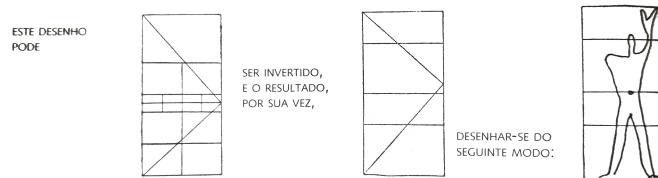


Figura 25: *Esboço do modulor*

Com o desenvolvimento do sistema as medidas vão sendo modificadas até chegar ao sistema que se conhece nos dias de hoje. Como demonstrado nas figuras 26 e 27. O sistema desenvolve-se pela intercalação de duas escalas baseadas na unidade dupla, demonstrada pela série azul, e a proporção áurea, demonstrada pela série vermelha (figura 28). O seguimento deste processo dá origem a tabela do Modulor por onde se guiava Le Corbusier e todos os trabalhadores da Rua Sèvres (figura 29).

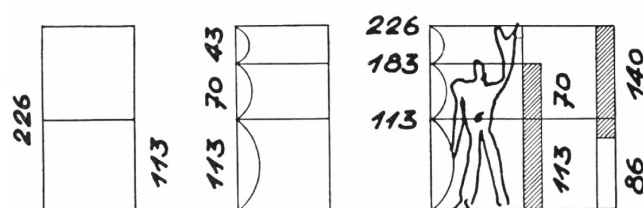


Figura 26: *Medidas do Corpo Humano.*

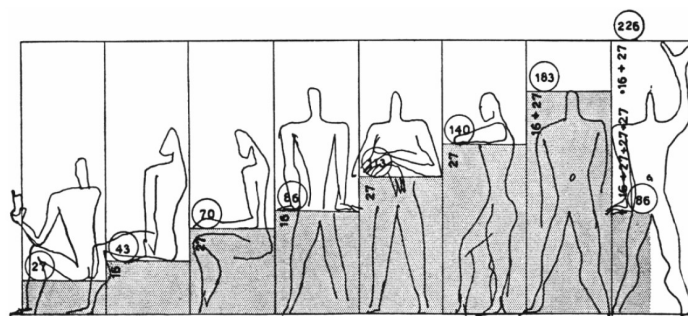


Figura 27: *Catalogo de medidas do Modulor.*

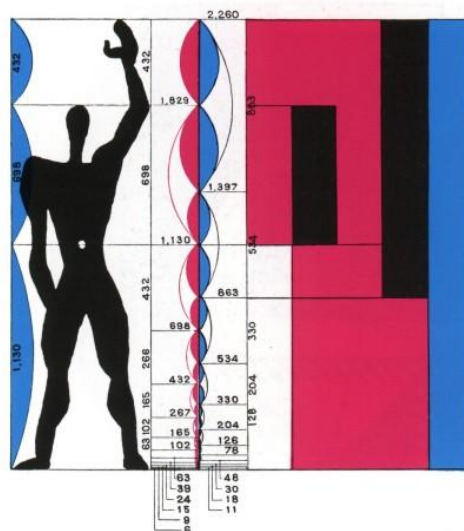


Figura 28: *Representação das séries azul e vermelha.*

3	2.812	14.018	56
20	2.79	28.065	
12.533		15.491	
7.746		9.574	
4.787		5.917	
2.989		3.657	
		2.26	
	1.828		
	1.131	1.397	
	70	86.3	
	43	53.3	
	26.6	33	
	16.4	20.3	
	10.1	12.6	
	6.3	7.8	
	3.8	4.80	
	2.5	3	
		1.80	

MODULOR

Figura 29: *Tabela do Modulor.*

4

Casos de Estudo

4.1 Santa Maria Novella (Alberti)

A Basílica de Santa Maria Novella, embora de origem gótica, e construída em 1360 em Florença, tem uma intervenção por volta do ano 1470. Nesta intervenção é pedido a Alberti para redesenhar completamente a sua fachada, tornando-a assim numa das igrejas mais reconhecidas mundialmente, por conseguir conciliar a linguagem **gótica** existente com uma linguagem muito mais recente o **renascimento**.



Figura 30: Igreja Santa Maria Novella

Esta igreja era composta por três naves⁴⁰, onde a central se ergue sobre as laterais, característica presente desde as primeiras basílicas de Constantino⁴¹ como representado na fig 31. Nesta diferença de alturas encontra-se o clerestório⁴² onde as aberturas

⁴⁰Nave – espaço ou área longitudinal de uma igreja ou capela, situado entre a entrada principal e a cabeceira, delimitado por elementos arquitetónicos de sustentação como paredes, muros, colunas, pilares, arcos

⁴¹Basílica de São João de Latrão, Basílica de São Pedro do Vaticano Antiga, Basílica de Santa, Maria Maior e Basílica de São Paulo fora de muros

⁴²Clerestório- é a parte da parede de uma nave, iluminada naturalmente

eram caracterizadas por rosáceas centralizadas nos vãos das estruturas criadas por arcos quebrados provenientes do projeto inicial para esta basílica.

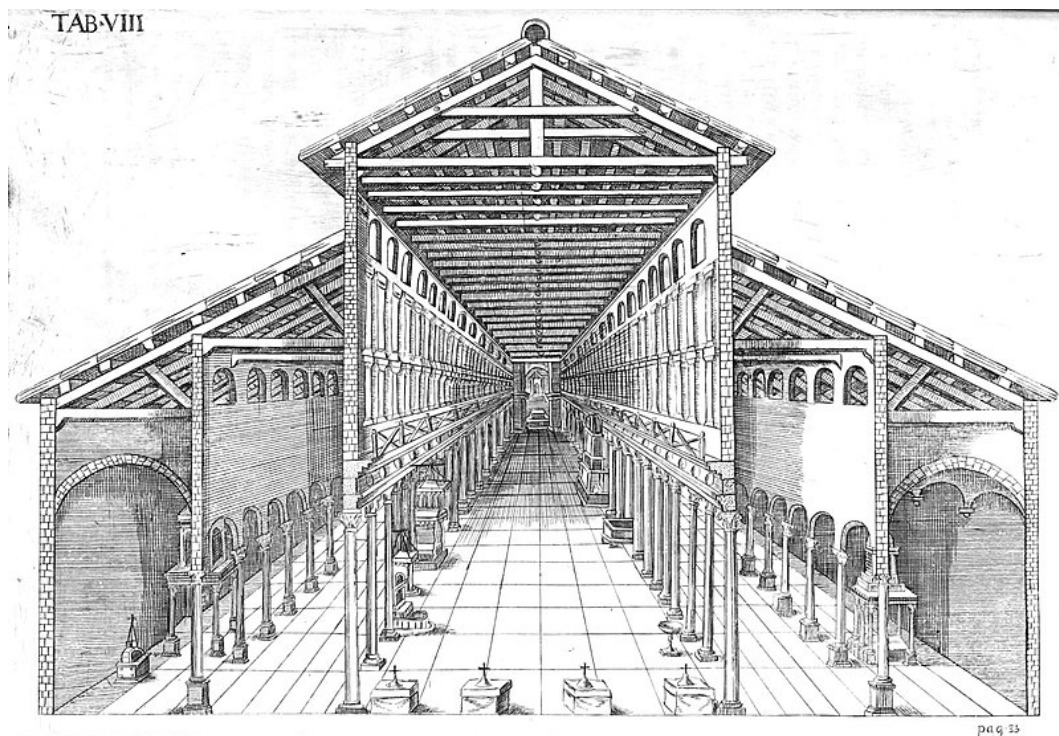


Figura 31: *Representação de um corte da antiga Basílica de São Pedro do Vaticano*

A intervenção de Alberti centra-se na fachada, onde se pode encontrar uma rosácea e três portas, uma central e duas laterais. Estas encontram-se simetricamente, uma de cada lado da fachada, separadas da porta principal por um arcossólio⁴³, de arco quebrado, e do extremo da fachada por outros dois semelhantes, sendo estas as características originais da fachada.

por um conjunto de janelas laterais do andar superior das igrejas medievais do estilo gótico.

⁴³Arcossólio- Túmulo disposto na espessura de uma parede.

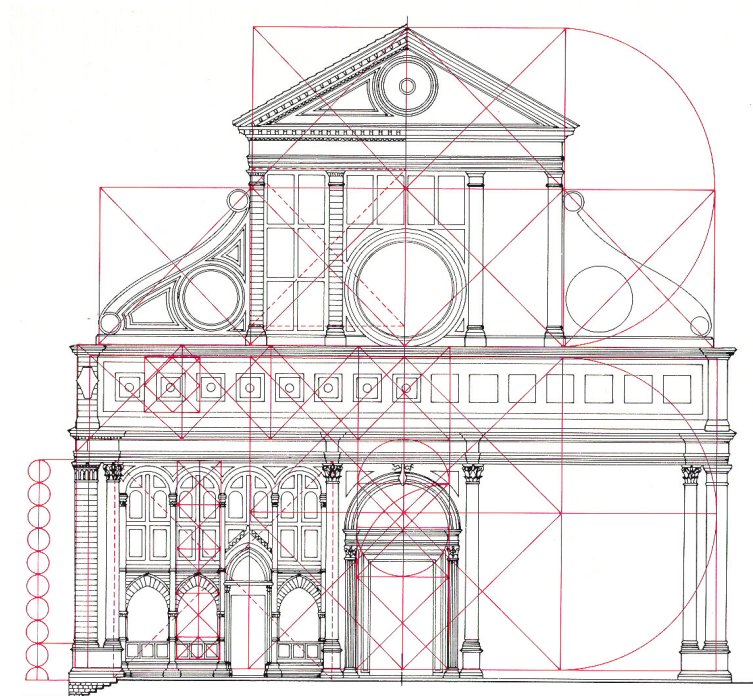


Figura 32: *Fachada Santa Maria Novella*

A intervenção de Alberti define-se pela divisão vertical da fachada em duas alturas iguais. A metade inferior com a proporção do quadrado duplo e um quadrado simples no topo centralizado que vem delimitar estruturalmente a fachada.

A metade inferior é delimitado por um proeminente entablamento, composto por uma simples arquitrave, seguida de um friso de grande dimensão marcado por rosetas circunscritas em quadrados ritmicamente dispostas e finalizado por uma cornija subtil. Nos extremos da fachada, este entablamento é rematado com duas generosas pilastras que se estendem desde a base da fachada até ao topo do friso apenas sendo interrompidas pela arquitrave. Estas pilastras colaboram com quatro pilares para suportar o entablamento e o estrato seguinte, localizando-se adjacentes às pilastras e delimitando a área designada para a porta principal.

Na camada superior, verifica-se uma abordagem algo diferente, onde o arquiteto suporta um volumoso frontão triangular em qua-

tro pilastras com um maior afastamento ao centro para incorporar a rosácea preexistente. Dividindo o quadrado que delimita a estrutura desta parte superior em quatro quadrados iguais obtemos as dimensões que proporcionam as volutas que atenuam a diferença de cota que dá origem ao clerestório.

Após esta decomposição geométrica da fachada desta igreja, e adotando um ponto de vista macroscópico. Denota-se uma predominância eminente das áreas curtas médias e longas previamente discutidas. Onde se pode verificar a utilização destas proporções, nomeadamente, 1:1, 1:2, 1:4, 3:4, 2:3, 3:5 como demonstrado na figura 33.

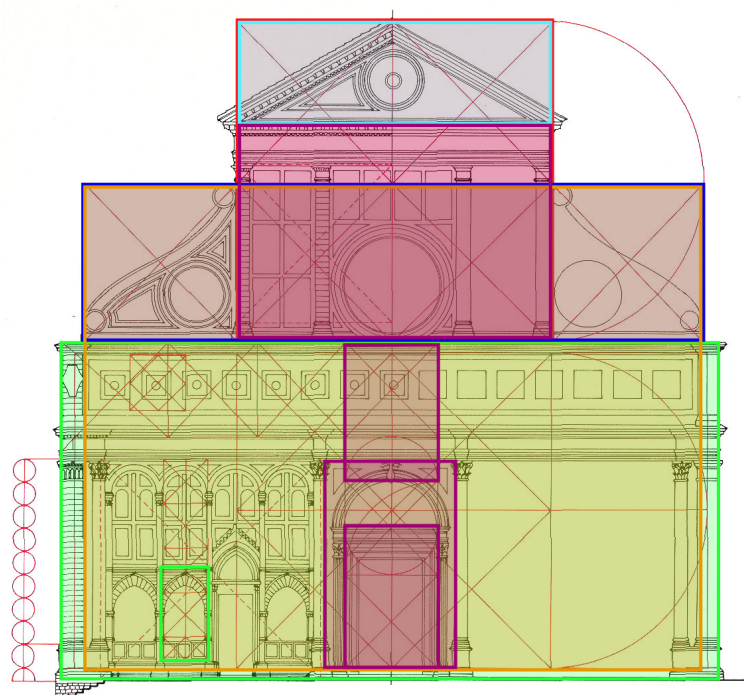


Figura 33: *Análise da Fachada de Sta. Maria de Novella*

Esta porta central encontra-se também dimensionada com a proporção de 2:1, o entablamento da porta termina na proporção de 3:2 se se contar a caixilharia da porta, com esta mesma referência o arco de volta perfeita surge como término da proporção de 2:1. O espaço delimitado para a Porta, definido pelos pilares subjacentes, segue também a proporção de 3:2 como representado na

fig34

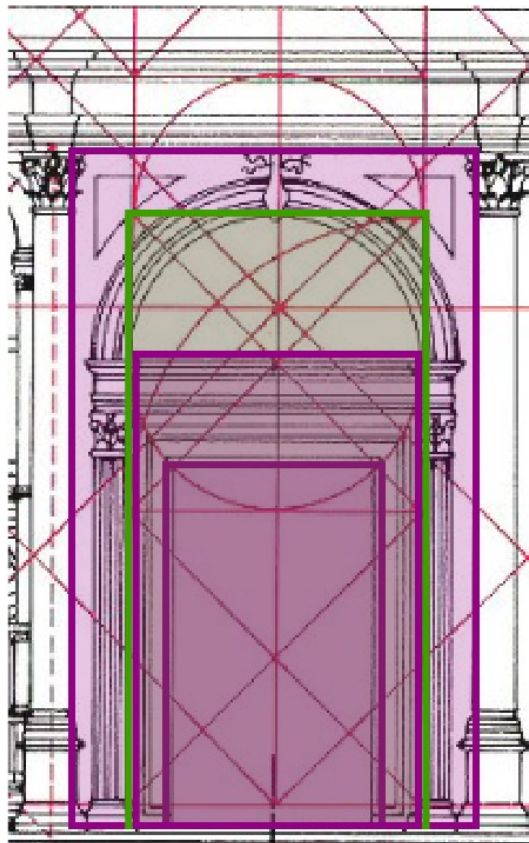


Figura 34: *Análise geométrica da porta central*

É de notar que, embora Alberti utilize as proporções harmónicas como forma de exemplificar uma forma de chegar a uma harmonia visual através da criação relações proporcionais, cuidadosamente calibradas entre os vários elementos, não deixa regras explícitas ou instruções de como usar estas proporções para um mesmo fim.

"The very same numbers that cause sounds to have that concinnitas, pleasing to the ears, can also fill the eyes and mind with wondrous delight. From musicians therefore who have already examined such numbers thoroughly, or from those objects in which Nature has displayed some evident and noble quality, the whole method of outlining is derived." (Alberti, 1988, p. 305) ⁴⁴

⁴⁴"Os mesmos números que fazem com que os sons tenham tal *concinnitas*, agradável ao ouvido, podem também preencher os olhos e a mente de uma

Outro ponto de vista que também pode ser considerado, é que não é possível ter a certeza que esta análise do desenho da fachada reflita a intenção original de Alberti em 1470, ou se pode estar a haver uma análise excessiva do design, por parte do autor da análise em questão. Derivado do facto de que, relativamente a mesma fachada, pode ser encontrada outra análise que pouco se relaciona com esta, mesmo em termos do sistema proporcional. Reforçando este ponto de vista, podemos ter em consideração que este tipo de análise geométrica e compreensão proporcional e a sua articulação, é maioritariamente uma invenção do sec. XVIII.

De qualquer das formas não é de todo ambicioso afirmar que o estudo da proporção harmónica por parte de Alberti seja um bom sinal de que estas estivessem presentes aquando do projeto, e embora não se possa ter a certeza de qual o processo da criação desta fachada, podemos concluir que estas proporções e sistemas proporcionais influenciaram em grande parte a sua conceção.

maravilhosa satisfação. Segundo músicos que já haviam examinado tais números extensivamente, ou pelos objetos em que a natureza já havia demonstrado a qualidade nobre evidente, todo o método de esboço é derivado."(tradução livre)

4.2 O Convento de La Tourette (Le Corbusier)



Figura 35: *Convento de La Tourette*

O projeto deste convento surge em 1953 como um retiro para cem pessoas, maioritariamente estudantes da ordem dominicana. A pedido do reverendo padre Couturier, Le Corbusier fica encarregue de projetar e construir esta obra, onde a oração e o estudo predominam.

Le Corbusier é escolhido para dar corpo a este projeto, pois a sua prévia participação na obra de Perret⁴⁵, em 1923, na realização os vitrais de *Notre-Dame Du Raincy*, ilustrados na figura36.

⁴⁵Auguste Perret (1874-1954), Arquiteto Francês e pioneiro na utilização do betão armado em arquitetura.

Transmitindo assim ao reverendo um sentido de confiança nas suas capacidades de realizar obras de caráter religioso.



Figura 36: *Vitrais de Notre-Dame Du Raincy*

A relação que os conventos dominicanos possuem com a cidade, cultura e história, desde as suas primeiras implantações urbanas, é um dos fatores que leva Le Corbusier a aceitar este projeto, apesar de seu ateísmo.

“Nós sempre pensamos e sempre dissemos, escreve ele em 1952, que para o renascimento da arte cristã, o ideal seria termos gênios que sejam, ao mesmo tempo, santos. Mas nas circunstâncias atuais, se tais homens não existem, achamos que, de fato, para provocar esse renascimento, essa ressurreição, é mais seguro nos voltarmos para gênios sem fé do que para fieis sem talento.” (Couturier, 1937–1957, p. 202)

Embora o projeto tenha ficado a cargo de Le Corbusier, Couturier deixa uma base programática para tal concepção, assim como as regras impostas pela idealização de uma obra dominicana ditadas por santo Agostinho, e ainda as intenções principais, acompanha-

das de uns pequenos Croquis, deixando tudo explicito numa carta que envia a Corbusier:

“Conforme a planta tradicional, você deve prever, em torno do claustro, três grandes volumes: o da igreja; em sua frente, o do refeitório (edifício arruinado em Thoronet); na terceira face, a sala de capítulo e, enfim, na quarta face, duas grandes salas de reunião. No primeiro andar, uma grande biblioteca. O resto do edifício deve ser ocupado por células e outras salas de tamanho médio” (Couturier, 1937–1957)

Surge então deste comunicado, uma planta algo familiar quando se trata de edifícios de programa semelhante. Nota-se portanto uma planta proveniente do quadrilátero, delimitando um claustro ao centro. A igreja a norte é destacada por um suave afastamento do conjunto obedecendo assim as exigências impostas pelo caráter espiritual exigido pelo programa.

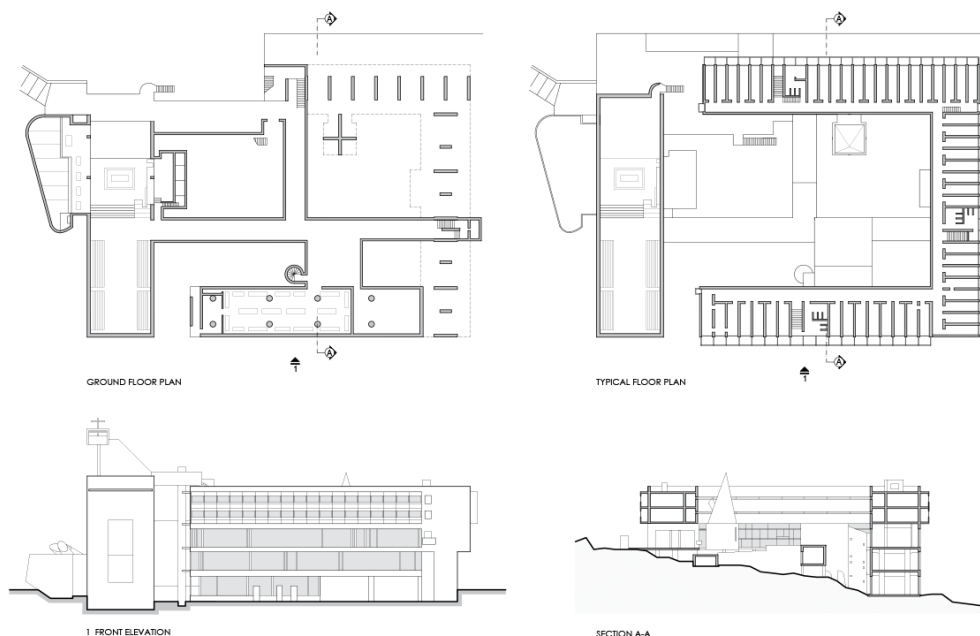


Figura 37: *Desenho técnico do convento*

A obra subdivide ainda as restantes alas de acordo com a sua

utilização individual ou coletiva. Sendo, então utilizados os dois pisos superiores para as celas individuais, tanto dos alunos como dos professores, deixando assim os pisos inferiores disponíveis para a utilização coletiva. O piso térreo conta com o oratório, salas de aula, de leitura e de convívio e a biblioteca. Finalmente, e porque o terreno assim o permite, a ala poente desenvolve dois pisos inferiores a este referido onde se apresenta a cozinha, o refeitório e a sala do capítulo. Estes últimos espaços desfrutam de uma vista privilegiada do vale, dada pela estrutura envidraçada presente na fachada desta ala.

A igreja, para além do seu destaque na sua implantação, também se realça pela sua linguagem física. Esta apresenta-se praticamente encerrada para o exterior pelas suas paredes aparentemente maciças, apenas com pontuais aberturas. Este ambiente isolado de distrações permite uma intensificação das atividades a que este espaço é dedicado. Um destes pontos de iluminação exterior encontra-se verticalmente na aresta virada a Este, anunciando diária e pontualmente o nascer do sol. Do mesmo modo, é tratado o por do sol através de uma fresta horizontal no topo da parede oposta.

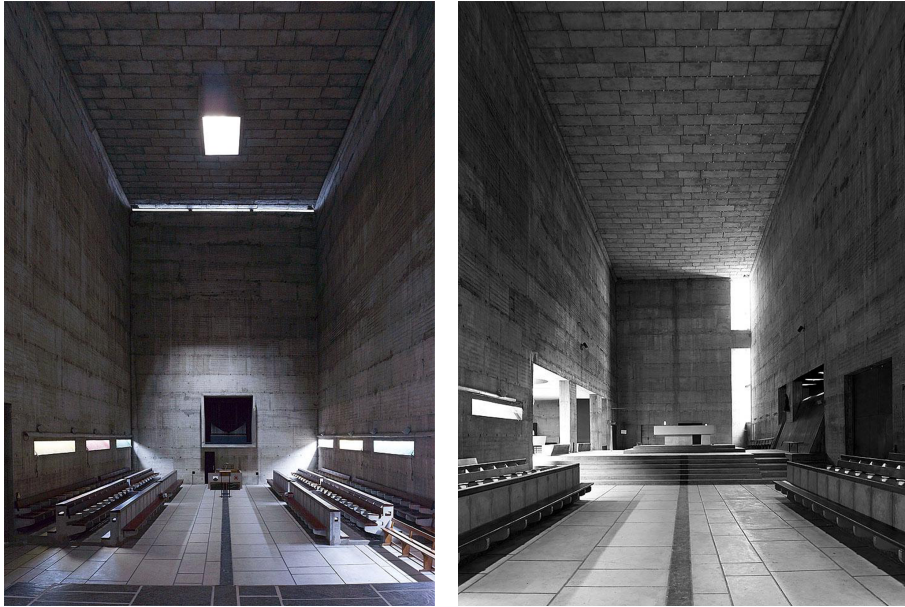


Figura 38: *Interior da igreja*

A igreja é ladeada da sacristia de um lado e a cripta do outro. Ambos os espaços destacam-se pela forma que se iluminam, ambos pela cobertura, através de clarabóias prismáticas na sacristia, e cónicas na cripta. A cripta é delimitada por uma parede curva e bastante explorada a nível cromático apresentando cores bastante contrastantes como vermelho e amarelo nas paredes, teto e no interior das clarabóias.



Figura 39: *Interior da Cripta da Igreja*

O deambulatório tradicionalmente feito na periferia do claustro, expõe-se como duas condutas que atravessam o claustro, longitudinalmente, permitindo o único acesso a Igreja, e transversalmente ligando a entrada principal ao refeitório e a sala do capítulo. Estas condutas cruzam-se no átrio central onde é feita a distribuição dos percursos.

As celas individuais são os espaços onde se verifica uma maior utilização do sistema de medidas desenvolvidas por Le Corbusier, onde se verifica uma altura de $2.26m$, um comprimento de $5.92m$ e uma largura de $1.83m$ como representado na figura 40. Os corredores mantêm a altura das celas e igualam a esta medida a sua largura resultando numa secção quadrada. O comprimento destes é definido pela quantidade de repetição das celas individuais. Para os padres professores as celas adotam, como os corredores, uma secção quadrada de $2.26m$ de lado de forma a haver uma maior area.

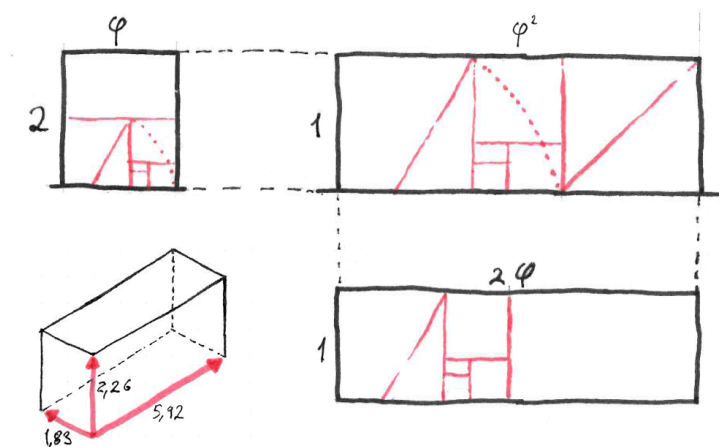


Figura 40: *Dimensões das celas individuais*

Para além da simples conexão direta das medidas com o sistema Modulor, também se verifica algumas das propriedades deste sis-

tema representados na figura 40. Deste modo, ao relacionar as dimensões aos pares, surgem valores de fácil compreensão. Ao relacionar a altura com a largura obtém-se a razão $2 : \phi$, também encontrado no retângulo formado pela união de dois retângulos de ouro pelo seu lado maior. A razão formada pelo comprimento e a altura é de $\phi^2 : 1$, que geometricamente consiste num quadrado e um retângulo de ouro unidos pelo lado menor. E finalmente, a planta da cela, quando conjugado o comprimento com a largura surge a razão $2\phi : 1$, esta pode ser representada pela justaposição de dois retângulos de ouro pelos seu lados menores.

Embora o Sistema Modulor não tenha sido utilizado na estruturação geral das maiores medidas do edifício, este pode ser encontrado nos pequenos detalhes. Como por exemplo, os painéis que fecham as fachadas das zonas comuns para o pátio e deambulatório são compostas por módulos quadrados com $2.26m$ de largura. Por sua vez, estes são subdivididos com referência ao "Jogo de painéis"⁴⁶, primeiramente desenvolvidos na sua publicação de 1953 do livro "o Modulor", e aqui aplicado numa conjugação de cheios e vazios, materializado respetivamente com betão e vidro, exemplificado na figura 41.

⁴⁶Corbusier, 2010.



Figura 41: *Fachada interior da zona Comum*

As fachadas do deambulatório e das zonas comuns que se ligam ao exterior, apresentam outro tratamento. Estas utilizam um complexo processo de análise de uma composição musical de Iánnis Xenákis⁴⁷, *Metastasis*. Esta análise tem em conta a relação entre notas musicais consecutivas e a sua duração contraposta com a série de Fibonacci, de forma a definir os espaçamentos verticais entre uma imensidade de réguas de betão de 5cm de espessura. Este espaço envidraçado é horizontalmente ritmado através das medidas do Modulor resultando em painéis de vidro de dimensões entre os 13cm e os 183cm. Todos estes processos aplicados nas fachadas criam o efeito de aleatoriedade e movimento descrito por Le Corbusier como "*paredes de vidro ondulatórias*" representado na figura42

⁴⁷Iánnis Xenákis (1922-2001) foi um engenheiro, arquiteto, teórico musical e compositor grego, naturalizado francês. É considerado como um dos mais influentes compositores do século XX

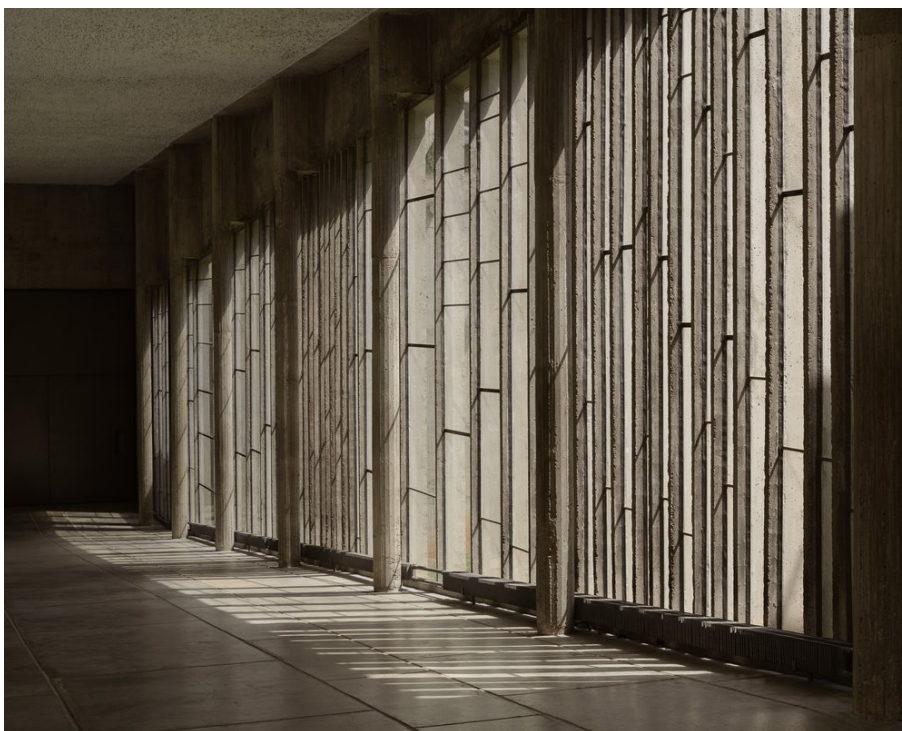


Figura 42: *Detalhe das fachadas do deambulatório*

Ainda que não seja possível comprovar o método decisivo do dimensionamento do objeto, tendo em conta a seguinte citação, não seria arrojado afirmar que a escolha de não utilizar medidas provenientes do Modulor para as grandes dimensões pode ser explicada pelo facto destas grandezas não se encontrarem imediatamente em contacto com o ser humano. E a utilização destas medidas não só iria passar despercebida, como poderia afetar a utilização do sistema nos espaços onde efetivamente se pode sentir a relação antropométrica.

“Sobre as mesas de desenho, vi por vezes coisas mal alinhadas, desagradáveis; «é por causa do Modulor», então, tanto pior para o Modulor, apague isso. Você pensa que o Modulor é uma panaceia para as pessoas desajeitadas ou desatentas? Os seus olhos são os seus juízes, os únicos que deveria conhecer.”(Le Corbusier Apud. Sergio Ferro 1988)

4.3 Casa das Marinhas (Viana de Lima)

A Casa das Marinhas, construída nos anos 50 projetada pelo arquiteto Alfredo Evangelista Viana de Lima⁴⁸, está situada em Esposende, a 50 Km do Porto, e encontra-se no litoral do distrito de Braga.



Figura 43: *Fachada principal da Casa das Marinhas*

Esta obra é um exemplo da utilização do *Modulor* num projeto de renovação e ampliação. Como pode ser observado na figura44, o arquiteto baseia a sua intervenção nas capacidades de organização e proporção presentes no retângulo de ouro, utilizando este não só como proporção delimitante dos espaços, mas também como o espaço que separa os volumes.

⁴⁸Arquiteto Português com grande influência na arquitetura moderna do século XX, (N.1913, F.1991). Impulsionador do sistema *Modulor* de Le Corbusier em Portugal

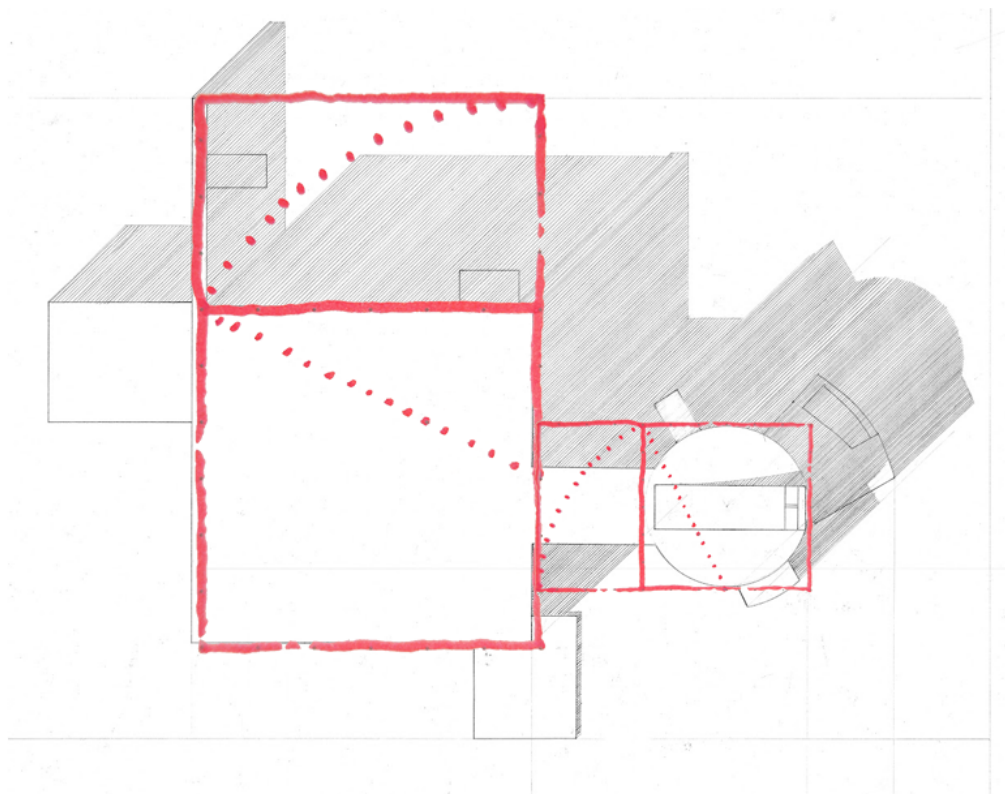


Figura 44: *Análise Proporcional da planta de implantação da Casa das Marinhas*

Tendo em consideração que a distância entre o moinho e o volume principal é de 1 *módulo*⁴⁹, as principais medidas organizadoras do espaço podem ser obtidas através de uma progressão geométrica de razão ϕ . A área principal é definida pela justaposição de dois retângulos de ouro pelo lado maior obtendo uma proporção de $2\phi : \phi^2$. O moinho é composto por um círculo circunscrito num quadrado de ϕ de lado, e uma zona de chegada coberta, onde o fim do muro origina da construção do retângulo de ouro e da medida de $\frac{\phi}{2} + 1$. O pátio é dimensionado pela proporção de $\phi : 1$ e tanto a área fechada do anexo como o corredor que liga o moinho ao volume principal têm a proporção de $1 : \frac{1}{\phi}$. Não é coincidência que todos estes valores pertençam diretamente à escala do Modulor estudada por Le Corbusier.

⁴⁹Medida unitária para o estudo da proporção do edifício.

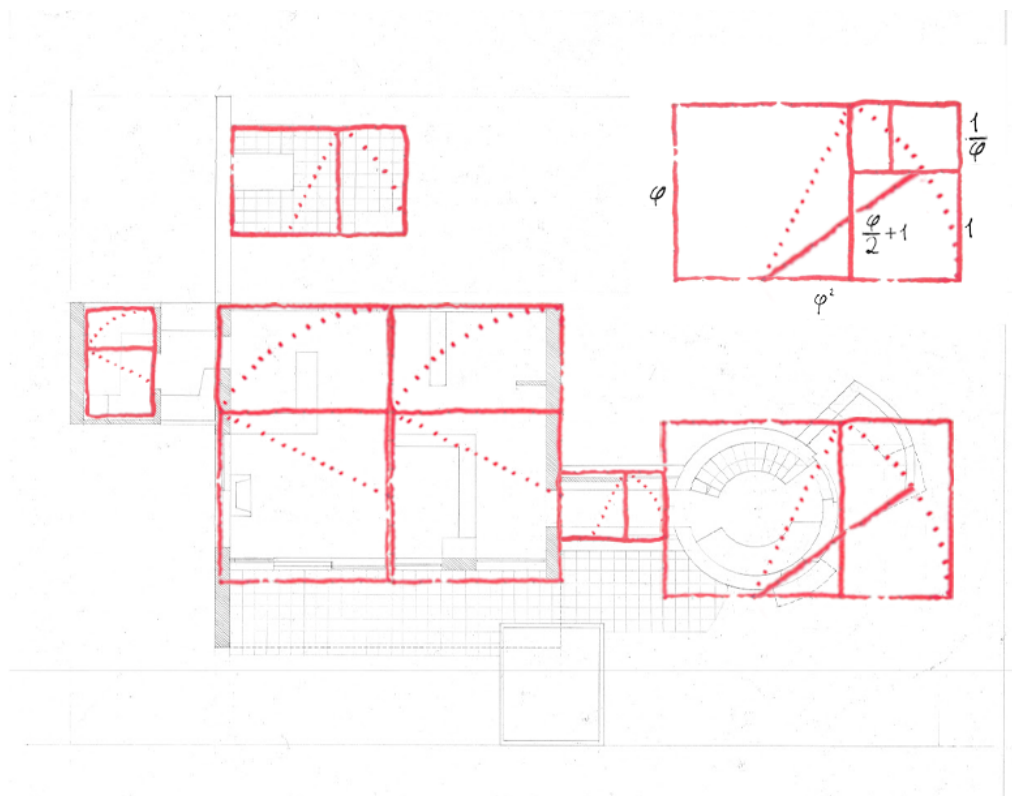


Figura 45: *Análise do Modulor na planta do piso 0 da Casa das Marinhas*

Conclusão

A geometria na arquitetura transcende a sua função prática de organização do espaço. Ao longo da história, a aplicação de sistemas proporcionais estimulou o desenvolvimento de estilos arquitetônicos distintos, como o Barroco, ou o Renascentismo, entre outros. Esses estilos refletem as mentalidades culturais e artísticas das suas respectivas épocas, demonstrando uma evolução significativa no entendimento estético e estrutural.

Na contemporaneidade, apesar dos avanços tecnológicos na acústica e nos métodos construtivos sejam amplamente aplicados, persistem erros graves relacionados ao desempenho sonoro em alguns edifícios (como a diferença entre os teatros gregos e a Ópera de Sydney). Da mesma forma, a arquitetura contemporânea muitas vezes negligencia os significados simbólicos e sagrados que outrora caracterizavam a concepção do espaço, em prol do sistema métrico e da prioridade estética.

A introdução do sistema métrico como medida universal, baseado em uma unidade fixa e abstrata, traduz-se no afastamento dos antigos sistemas proporcionais. Estes sistemas, ao empregar proporções relativas a um módulo (como $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$ e $2x$, $3x$, etc.), permitiam que as construções fossem projetadas de uma forma mais lógica e harmônica, adaptando-se o módulo adequado a cada projeto.

A adoção de uma medida fixa irracional resultou na perda da capacidade de estabelecer padrões de comparação da qualidade arquitetônica dos edifícios. Também resulta numa privação da compreensão do efeito que os sistemas proporcionais poderiam ter na arquitetura e até o significado preciso e universal dos espaços, tanto filosófica quanto simbolicamente, dado que a geometria transcende crenças religiosas e culturais. A geometria, enquanto disciplina, possui um sentido prático e funcional, assegurando a verdade construtiva como a verticalidade, a horizontalidade e a

estabilidade. No entanto, com o avanço das ferramentas digitais, como o CAD, a complexidade geométrica e matemática alcançou um nível quase ininteligível, tornando-se por vezes descontrolado e limitando a interpretação do espaço por parte dos utilizadores.

Consequentemente, perdeu-se a universalidade na percepção do espaço sagrado característico da aplicação de proporções e relações dimensionais. Surgem tentativas de reconciliar os sistemas proporcionais com o sistema métrico, como a proposta de Le Corbusier, que introduziu o "Modulor", baseado em um homem ideal de 1,82 m, porém, essa abordagem também se demonstra limitada pela fixação de medidas específicas, impedindo que o sistema fosse verdadeiramente modular e aplicável a qualquer escala de projeto.

A sociedade, de forma geral, adaptou-se de tal forma à utilização do sistema métrico, que deixa de haver a procura de um sentido para utilizar a geometria que ultrapasse o seu caráter meramente prático e funcional. Um exemplo disso é a grandiosidade do pé-direito nas catedrais e basílicas cristãs, resultado de sistemas proporcionais que, apesar de não terem uma justificação funcional direta, criavam uma experiência visual e emocional que transcende a simples observação espacial. Quando o sujeito se depara com um espaço geometricamente e harmonicamente proporcionado, mesmo sem compreender o espaço intelectualmente na sua integridade, é despoletado um sentimento que ultrapassa a sua dimensão visual e palpável, algo que se reflete numa descoberta de si mesmo paralela a descoberta do espaço.

Por fim, o presente trabalho reflete que a solução não reside na reinvenção de um novo sistema, dado que a sociedade atual não o permite nem demonstra esse interesse, mas sim na introspeção das limitações impostas pelos sistemas métricos. Embora seja difícil recuperar e compreender completamente o que foi perdido,

o essencial é haver a uma procura de alternativas que permitam a superação dessas restrições e explorar a geometria além de sua função puramente técnica.

Lista de Figuras

1	Ilustração do quadrado de area dupla	23
2	Cesto Dogon, disponível em https://commons.wikimedia.org/wiki/File:ASC_Leiden_-_W.E.A._van_Beek_Collection_-_Dogon_daily_life_03_-_Jauire_takes_the_millet_from_the_granary_for_the_daily_meal._In_principle,_only_men_can_get_millet_from_the_granary,_Tireli,_Mali_1980.jpg visitado em 15 de janeiro de 2024	26
3	Geometria na Natureza GEOM	27
4	"Relativity de Maurits Cornelis Escher.", disponível em http://www.scottmcd.net/artanalysis/?p=548 Visitado em 18 de Abril de 2024	30
5	Exemplo de Progressões	32
6	Proporção Aritmética	33
7	Proporção Geométrica	34
8	Proporção áurea	35
9	Equação de π	36
10	Construção da proporção áurea, Ghyka, 1977 . .	37
11	O ângulo áureo verificado entre pétalas sucessivas de algumas flores, disponível em https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Phyllotaxis_golden_angle.svg visitado em 15 de novembro de 2023 .	38
12	Caption	40
13	Tetractys, disponível em https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Tetractys.svg visitado em 13 de Março de 2024	41
14	Base da Geometria, elaborado em 3 de junho de 2024	45
15	Conceito Geométrico da <i>Sydney Opera House</i> , disponível em https://artsandculture.google.com/story/ZAXhhA_whFJ_Kg visitado em 11 de julho de 2024	46

16	Esquiço Geométrico do edifício da FAUP, Elaborado pelo Arquiteto Siza, disponível em https://drawingmatter.org/houses-of-work-and-play/ visitado em 11 de julho de 2024	47
17	Church on the water, Tadao Ando, disponível em https://imgur.com/chapel-on-water-shimukappu-japan-by-tadao-ando-1988-90YUwcZ visitado a 7 de setembro de 2024	48
18	Unity Temple, Frank Lloyd Wright, disponível em https://www.archdaily.com/112683/ad-classics-unity-temple-frank-lloyd-wright-3/503801f628ba0d599b0008b3-ad-classics-unity-temple-frank-lloyd-wright-3-image visitado a 7 de setembro de 2024	49
19	Pintura da Cidade Ideal por Fra Carnevale, disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Cidade_ideal , visitado em 3 de setembro de 2024	55
20	Pintura por Piero della Francesca da Cidade Ideal, disponível em https://www.wikiart.org/pt/piero-della-francesca/a-cidade-ideal-1470 visitado em 3 de setembro de 2024	55
21	Homem vitruviano de Leonardo da Vinci https://www.significados.com.br/homem-vitruviano/ visitado em 3 de setembro de 2024	56
22	Cúpula de Brunelleschi na Catedral de Santa Maria del Fiore	57
23	Áreas Curtas, Médias e Longas, disponível em https://arquiteturaemusica.wordpress.com/tag/alberti/ Visitado em 23 de janeiro de 2024	61
24	Traçados Reguladores, Corbusier, 1995, p.60, (Le Capitole à Rome)	65
25	Esboço do modutor, Corbusier, 2010, p.58	67
26	Medidas do Corpo Humano, Corbusier, 2010, p.86	67

27	Catalogo de medidas do Modulor, Corbusier, 2010, p.88	68
28	Representação das séries azul e vermelha, disponível em https://tijoloportijolo.wordpress.com/2010/05/11/a-beleza-dos-numeros/ , visitada em 5 de setembro 2024	68
29	Tabela do Modulor, Corbusier, 2010, p.27	68
30	Igreja Santa Maria Novella, disponível em https://guiaflorenca.net/curiosidades/instrumentos-astronomicos-de-santa-maria-novella/ , Visitado em 5 de junho de 2024	71
31	Representação de um corte da antiga Basílica de São Pedro do Vaticano, disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:De_sacris_aedificiis_a_Costantino_Magno_constructis_synopsis_historica_pag._33_Tab._VIII.jpg , visitada em 23 de agosto de 2024	72
32	Fachada Santa Maria Novella, disponível em https://veracidadeversusmentira.blogspot.com/2018/12/5-6dez18-santa-maria-novella-uma.html , Visitado em 16 de fevereiro de 2024	73
33	Análise da Fachada de Sta. Maria de Novella	74
34	Análise geométrica da porta central	75
35	Convento de La Tourette, disponível em https://www.thibaudpoirier.com/couvent-sainte-marie-de-la-tourette-le-corbusier-architecture-moderne visitado em 25 de julho de 2024	77
36	Vitrais de Notre-Dame Du Raincy, disponível em https://www.atlasobscura.com/places/notre-dame-du-raincy visitado em 25 de julho de 2024	78

37	Desenho técnico do convento, disponível em https://www.dwglab.com/projects/famous-architectures/le-corbusier/sainte-marie-de-la-tourette-monastery/ visitado em 31 de julho de 2024	79
38	Interior da igreja, disponível em https://divisare.com/projects/197436-le-corbusier-cemal-emden-couvent-sainte-marie-de-la-tourette visitado em 31 de julho de 2024	81
39	Interior da Cripta da Igreja, disponível em https://divisare.com/projects/197436-le-corbusier-cemal-emden-couvent-sainte-marie-de-la-tourette , visitado em 8 de agosto de 2024	81
40	Dimensões das celas individuais	82
41	Fachada interior da zona Comum, disponível em https://www.dezeen.com/2016/07/22/le-corbusier-la-tourette-monastery-grass-roof-france-unesco-world-heritage/ , visitado em 25 de julho de 2024	84
42	Detalhe das fachadas do deambulatório, disponível em https://www.thibaudpoirier.com/couvent-sainte-marie-de-la-tourette-le-corbusier-architecture-moderne visitado em 25 de julho de 2024	85
43	Fachada principal da Casa das Marinhas, disponível em https://espacodearquitetura.com/noticias/casa-das-marinhas-nomeada-uma-das-mais-iconicas-do-seculo-xx-no-mundo/ , visitado em 29 de agosto de 2024	87
44	Análise Proporcional da planta de implantação da Casa das Marinhas, baseada na planta disponível em https://4.bp.blogspot.com/-61c5qguaQKU/T-Irt-4I73I/AAAAAAAAABO8/LpaFRQdnprI/s1600/Painel+1.jpg , visitado em 29 de agosto de 2024	88

45	Análise do Modulor na planta do piso 0 da Casa das Marinhas, baseada na planta disponível em https://casadasmarinhas.blogspot.com/2012/06/casa-das-marinhas-lima-viana-de.html , visitado em 29 de agosto de 2024	89
----	---	----

Bibliografia

- Alberti, L. B. (1988). *On the art of building in ten books*. MIT press Ltd.
- Amo, J. A. (1988). *La Teoria de la Arquitectura en los Tratados*. Tebas Flores.
- Ching, F. D. (2002). *Arquitetura Forma, Espaço e Ordem*. Martins Fontes.
- Corbusier, L. (1995). *Vers une architecture*. Flammarion.
- Corbusier, L. (2010). *O modulator: ensaio sobre uma medida harmónica à escala humana aplicável universalmente à arquitectura e à mecânica* (M. Sequeira, Trad.). Orfeu Negro.
- Couturier, M.-A. (1937–1957). *L'Appel aux maîtres de l'art moderne*.
- Ghyka, M. (1977). *The Geometry of Art and Life*. Dove Publications, inc.
- Heródoto. (441 AEC–431 AEC). *Histórias*.
- Lawlor, R. (1982). *Sacred Geometry*. Thames& Hudson.
- Padovan, R. (2003). *Proportion : science, philosophy, architecture*. Spoon Press.
- Platão. [ca 386 AEC]. Menon 80d-86c. <https://webpages.ciencias.ulisboa.pt/~ommartins/traducoes/menon.htm>.
- Vitrúvio. (2007). *Tratado de Arquitetura* (M. J. P. Maciel, Trad.). Martins Fontes.
- Worringer, W. (1997). *Abstraction and Empathy: A contribution to the Psychology of Style*. Elephant Paperbacks.